Primer día
4 de mayo de 2016
Vicente López, Argentina

Problema 1. Seja *abcd* um dos 9999 números 0001, 0002, 0003, …, 9998, 9999. Dizemos que *abcd* é *especial* se *ab*−*cd* e *ab*+*cd* são quadrados perfeitos, *ab*−*cd* divide *ab*+*cd*, e além disso *ab*+*cd* divide *abcd*. Por exemplo, 2016 é especial.
Encontrar todos os números *abcd* especiais.
Nota. Se $abcd = 0206$ então $ab = 02$ e $cd = 06$.

Problema 2. Para cada $k = 1, 2, ...$ seja s_k a quantidade de soluções (x, y) da equação $kx + (k+1)y = 1001 - k$ com x, y inteiros não negativos.
Encontrar $s_1 + s_2 + ... + s_{200}$.

Problema 3. Ao redor de uma circunferência estão marcadas 2016 posições, com uma ficha em uma delas. Um movimento legítimo é mover a ficha 1 posição ou 4 posições, do lugar que está, no sentido horário. A restrição é que a ficha não pode ocupar a mesma posição mais de uma vez. Os jogadores *A* e *B* se revezam em turnos nos movimentos. *A* é o que move primeiro. O jogador que não pode fazer seu movimento, perde.
Determinar qual dos jogadores tem uma estratégia vencedora.

Duração: 4 horas
Cada problema vale 10 pontos — Versão em português

Segundo día
5 de mayo de 2016
Vicente López, Argentina

Problema 4. Seja $S(n)$ a soma dos dígitos do número inteiro positivo *n*.
Encontrar todos os *n* tais que $S(n)(S(n)-1)=n-1$.

Problema 5. Seja *ABC* um triângulo inscrito em uma circunferência de centro *O*. Sejam *D* e *E* pontos dos lados *AB* e *BC* respectivamente tais que $AD=DE=EC$. Seja *X* o ponto de intersecção das bissetrizes dos ângulos $A\hat{D}E$ e $D\hat{E}C$.
Se $X \neq O$, demonstrar que as retas *OX* e *DE* são perpendiculares.

Problema 6. Diremos que três inteiros distintos são *amigáveis* se um deles divide o produto dos outros dois. Seja *n* um número inteiro positivo.
a) Demonstrar que não existem três inteiros amigáveis no intervalo (n^2, n^2+n).
b) Determinar se para cada n existem três inteiros amigáveis no intervalo $(n^2, n^2+n+3\sqrt{n})$.

Duração: 4 horas
Cada problema vale 10 pontos

Versão em português