

XIX OLIMPÍADA DE MAIO

PRIMEIRO NÍVEL



Duração da prova: 3 horas

Cada problema vale 10 pontos.

Não se pode usar máquina de calcular nem livros ou anotações.

Indique sempre em cada folha de resposta seu nome e o número do problema que você está resolvendo.

Não utilize uma mesma folha para resolver mais de um problema.

Justifique cada uma das respostas

Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 25 de maio.

PROBLEMA 1

Encontre a quantidade de formas de escrever o número 2013 como soma de dois inteiros maiores ou iguais a zero, de modo que ao somar não exista **nenhum** vai-um.

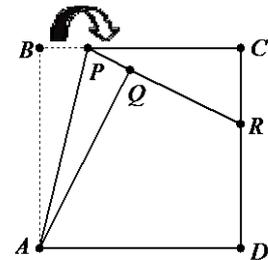
OBSERVAÇÃO: Na soma $2008 + 5 = 2013$, por exemplo, existe vai-um das unidades às dezenas.

PROBLEMA 2

Elisa soma os dígitos do seu ano de nascimento e observa que o resultado coincide com os dois últimos dígitos do ano em que nasceu o seu avô. Além disso, os dois últimos dígitos do ano em que ela nasceu são precisamente a idade atual do seu avô. Encontre o ano em que nasceu Elisa e o ano em que nasceu o avô dela.

PROBLEMA 3

Seja $ABCD$ um quadrado de papel de lado 10 e P um ponto no lado BC . Ao dobrar o papel no comprimento da reta AP , o ponto B determina o ponto Q , como vemos na figura ao lado. A reta PQ corta o lado CD em R . Calcule o perímetro do triângulo PCR .



PROBLEMA 4

Pablo escreveu 5 números numa folha e logo após escreveu os números 6,7,8,8,9,9,10,10,11 e 12 em outra folha que este deu a Sofia, dizendo que esses números são as somas possíveis de dois dos números que ele tem escondidos. Decida se com esta informação Sofia pode determinar os cinco números que Pablo escreveu.

PROBLEMA 5

Num quadro está desenhado um quadrado de 8×8 dividido em 64 quadrinhos de 1×1 mediante linhas paralelas aos lados.

Gustavo apaga alguns segmentos de comprimento 1 de modo que de cada quadrinho de 1×1 apaga 0, 1 ou 2 lados.

Gustavo afirma que apagou 6 segmentos de longitude 1 da borda do quadrado de 8×8 e que a quantidade de quadrinhos de 1×1 que têm exatamente 1 lado apagado é igual a 5. Decida se o que afirma Gustavo pode ser verdadeiro.

XIX OLIMPÍADA DE MAIO

SEGUNDO NÍVEL

Duração da prova: 3 horas

Cada problema vale 10 pontos.

Não se pode usar máquina de calcular nem livros ou anotações.

Indique sempre em cada folha de resposta seu nome e o número do problema que você está resolvendo.

Não utilize uma mesma folha para resolver mais de um problema.

Justifique cada uma das respostas

Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 25 de maio.

PROBLEMA 1

Sofia somou os números das páginas de um livro começando pelo número 1 na primeira página e obteve 2013. Pablo viu como Sofia fez a soma e percebeu que ela pulou uma página. Quantas páginas tem o livro e qual é o número da página que Sofia pulou?

PROBLEMA 2

Temos uma régua sem números e um *trisector* que marca em qualquer segmento os dois pontos que o dividem em três partes iguais. Construa o ponto médio de um segmento dado utilizando exclusivamente estas duas ferramentas.

PROBLEMA 3

Marcamos vários pontos distintos no plano, e traçamos todos os segmentos determinados por esses pontos. Uma reta r não passa por nenhum dos pontos marcados e corta exatamente 60 dos segmentos que foram traçados. Quantos segmentos não foram cortados por r ? Encontre todas as possibilidades.

PROBLEMA 4

É possível escrever 100 números ímpares numa fila de tal forma que a soma de cada 5 números adjacentes seja um quadrado perfeito e que a soma de cada 9 números adjacentes também seja um quadrado perfeito?

PROBLEMA 5

Temos 600 cartões. 200 deles têm escrito o número 5, 200 têm escrito o número 2 e os outros 200 têm escrito o número 1. Usando estes cartões queremos formar grupos de tal forma que em cada grupo a soma dos números seja 9. Qual é a maior quantidade de grupos que podemos formar?