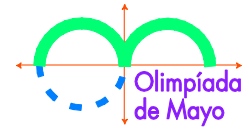


# XIX OLIMPÍADA DE MAIO

## PRIMEIRO NÍVEL



Duração da prova: 3 horas

Cada problema vale 10 pontos.

Não se pode usar máquina de calcular nem livros ou anotações.

Indique sempre em cada folha de resposta seu nome e o número do problema que você está resolvendo.

Não utilize uma mesma folha para resolver mais de um problema.

**Justifique cada uma das respostas**

**Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 25 de maio.**

### PROBLEMA 1

Encontre a quantidade de formas de escrever o número 2013 como soma de dois inteiros maiores ou iguais a zero, de modo que ao somar não exista **nenhum** vai-um.

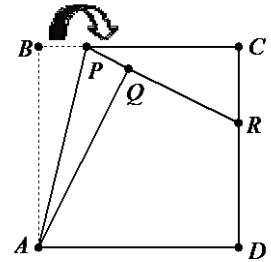
OBSERVAÇÃO: Na soma  $2008 + 5 = 2013$ , por exemplo, existe vai-um das unidades às dezenas.

### PROBLEMA 2

Elisa soma os dígitos do seu ano de nascimento e observa que o resultado coincide com os dois últimos dígitos do ano em que nasceu o seu avô. Além disso, os dois últimos dígitos do ano em que ela nasceu são precisamente a idade atual do seu avô. Encontre o ano em que nasceu Elisa e o ano em que nasceu o avô dela.

### PROBLEMA 3

Seja  $ABCD$  um quadrado de papel de lado 10 e  $P$  um ponto no lado  $BC$ . Ao dobrar o papel no comprimento da reta  $AP$ , o ponto  $B$  determina o ponto  $Q$ , como vemos na figura ao lado. A reta  $PQ$  corta o lado  $CD$  em  $R$ . Calcule o perímetro do triângulo  $PCR$ .



### PROBLEMA 4

Pablo escreveu 5 números numa folha e logo após escreveu os números 6,7,8,8,9,9,10,10,11 e 12 em outra folha que este deu a Sofia, dizendo que esses números são as somas possíveis de dois dos números que ele tem escondidos. Decida se com esta informação Sofia pode determinar os cinco números que Pablo escreveu.

### PROBLEMA 5

Num quadro está desenhado um quadrado de  $8 \times 8$  dividido em 64 quadrados de  $1 \times 1$  mediante linhas paralelas aos lados.

Gustavo apaga alguns segmentos de comprimento 1 de modo que de cada quadrado de  $1 \times 1$  apaga 0, 1 ou 2 lados.

Gustavo afirma que apagou 6 segmentos de longitude 1 da borda do quadrado de  $8 \times 8$  e que a quantidade de quadrados de  $1 \times 1$  que têm exatamente 1 lado apagado é igual a 5. Decida se o que afirma Gustavo pode ser verdadeiro.

# XIX OLIMPÍADA DE MAIO

## SEGUNDO NÍVEL

Duração da prova: 3 horas

Cada problema vale 10 pontos.

Não se pode usar máquina de calcular nem livros ou anotações.

Indique sempre em cada folha de resposta seu nome e o número do problema que você está resolvendo.

Não utilize uma mesma folha para resolver mais de um problema.

**Justifique cada uma das respostas**

Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 25 de maio.

### PROBLEMA 1

Sofia somou os números das páginas de um livro começando pelo número 1 na primeira página e obteve 2013. Pablo viu como Sofia fez a soma e percebeu que ela pulou uma página. Quantas páginas tem o livro e qual é o número da página que Sofia pulou?

### PROBLEMA 2

Temos uma régua sem números e um *trisector* que marca em qualquer segmento os dois pontos que o dividem em três partes iguais. Construa o ponto médio de um segmento dado utilizando exclusivamente estas duas ferramentas.

### PROBLEMA 3

Marcamos vários pontos distintos no plano, e traçamos todos os segmentos determinados por esses pontos. Uma reta  $r$  não passa por nenhum dos pontos marcados e corta exatamente 60 dos segmentos que foram traçados. Quantos segmentos não foram cortados por  $r$ ? Encontre todas as possibilidades.

### PROBLEMA 4

É possível escrever 100 números ímpares numa fila de tal forma que a soma de cada 5 números adjacentes seja um quadrado perfeito e que a soma de cada 9 números adjacentes também seja um quadrado perfeito?

### PROBLEMA 5

Temos 600 cartões. 200 deles têm escrito o número 5, 200 têm escrito o número 2 e os outros 200 têm escrito o número 1. Usando estes cartões queremos formar grupos de tal forma que em cada grupo a soma dos números seja 9. Qual é a maior quantidade de grupos que podemos formar?