

XXVII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Primeira Fase – Nível 2
(7ª. ou 8ª. séries)

Esta prova também corresponde à prova da Primeira
Fase da Olimpíada Regional nos Estados de :
AM – AL – BA – PA – PB – PI – PR – RS – RN – SC

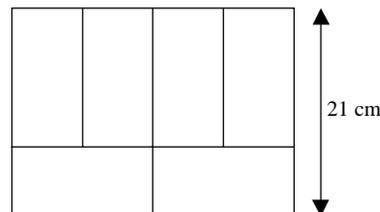
11 de junho de 2005

A duração da prova é de 3 horas.
Cada problema vale 1 ponto.
Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
Você pode solicitar papel para rascunho.
Entregue apenas a folha de respostas.

1. Uma loja de sabonetes realiza uma promoção com o anúncio "*Compre um e leve outro pela metade do preço*". Outra promoção que a loja poderia fazer oferecendo o mesmo desconto percentual é
- A) "*Leve dois e pague um*" B) "*Leve três e pague um*"
C) "*Leve três e pague dois*" D) "*Leve quatro e pague três*"
E) "*Leve cinco e pague quatro*"

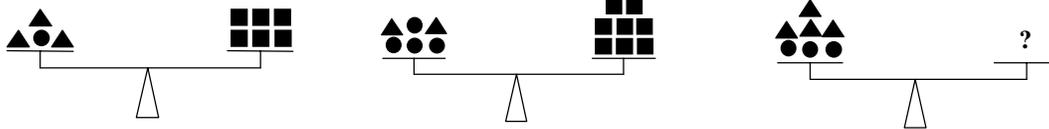
2. Películas de *insulfilm* são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma **redução** de radiação solar igual a:
- A) 3% B) 37% C) 40% D) 63% E) 160%

3. Seis retângulos idênticos são reunidos para formar um retângulo maior conforme indicado na figura. Qual é a área deste retângulo maior?



- A) 210 cm² B) 280 cm² C) 430 cm² D) 504 cm² E) 588 cm²
4. Perguntado, Arnaldo diz que 1 bilhão é o mesmo que um milhão de milhões. Professor Piraldo o corrigiu e disse que 1 bilhão é o mesmo que mil milhões. Qual é a diferença entre essas duas respostas?
- A) 1 000 B) 999 000 C) 1 000 000 D) 999 000 000 E) 999 000 000 000
5. Devido a um defeito de impressão, um livro de 600 páginas apresenta em branco todas as páginas cujos números são múltiplos de 3 ou de 4. Quantas páginas estão impressas?
- A) 100 B) 150 C) 250 D) 300 E) 430
6. Platina é um metal muito raro, mais raro até do que ouro. Sua densidade é 21,45 g/cm³. Suponha que a produção mundial de platina foi de cerca de 110 toneladas em cada um dos últimos 50 anos e desprezível antes disso. Assinale a alternativa com o objeto cujo volume é mais próximo do volume de platina produzido no mundo em toda a história.
- A) uma caixa de sapatos B) uma piscina
C) um edifício de dez andares D) o monte Pascoal E) a Lua
7. Numa seqüência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?
- A) 3 002 B) 3 008 C) 3 010 D) 4 002 E) 5 004

8. Figuras com mesma forma representam objetos de mesma massa. Quantos quadrados são necessários para que a última balança fique em equilíbrio?

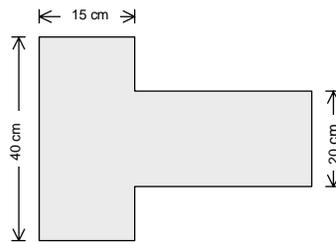


- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

9. Entre treze reais não nulos há mais números positivos do que negativos. Dentre os $\frac{13 \times 12}{2} = 78$ produtos de dois dos treze números, 22 são negativos. Quantos números dentre os treze números dados são negativos?

- A) 2 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. O desenho ao lado mostra um pedaço de papelão que será dobrado e colado nas bordas para formar uma caixa retangular. Os ângulos nos cantos do papelão são todos retos. Qual será o volume da caixa em cm^3 ?



- A) 1 500 B) 3 000 C) 4 500 D) 6 000 E) 12 000

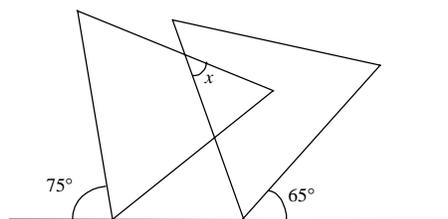
11. Sendo a , b e c números reais, pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, é verdade que $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$. A distributiva da adição em relação à multiplicação $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$ não é sempre verdadeira, mas ocorre se, e somente se,

- A) $a = b = c = \frac{1}{3}$ ou $a = 0$ B) $a = b = c$
 C) A igualdade nunca ocorre D) $a + b + c = 1$ ou $a = 0$ E) $a = b = c = 0$

12. Em certa cidade, acontece um fato interessante. Dez por cento dos Baianos dizem que são Paulistas e dez por cento dos Paulistas dizem que são Baianos. Todos os outros Paulistas e Baianos assumem a sua verdadeira origem. Dentre os Paulistas e Baianos, 20% dizem que são Paulistas. Que percentual os realmente Paulistas representam dentre os Paulistas e Baianos?

- A) 12,5% B) 18% C) 20% D) 22% E) 22,5%

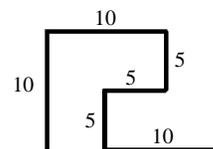
13. Na figura, os dois triângulos são equiláteros. Qual é o valor do ângulo x ?



- A) 30° B) 40° C) 50° D) 60° E) 70°

14. As letras O , B e M representam números inteiros. Se $O \times B \times M = 240$, $O \times B + M = 46$ e $O + B \times M = 64$, quanto vale $O + B + M$?
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

15. Um serralheiro solda varetas de metal para produzir peças iguais que serão juntadas para formar o painel abaixo. O desenho ao lado apresenta as medidas, em centímetros, de uma dessas peças. O serralheiro usa exatamente 20 metros de vareta para fazer o seu trabalho.

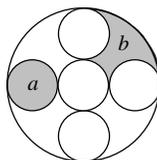


Qual dos desenhos abaixo representa o final do painel?

- A) B) C) D) E)

16. Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
17. Quantos números entre 10 e 13000, quando lidos da esquerda para a direita, são formados por dígitos consecutivos e em ordem crescente? Exemplificando, 456 é um desses números, mas 7890 não é:
- A) 10 B) 13 C) 18 D) 22 E) 25
18. Um piloto percorreu três trechos de um rali, de extensões 240 km, 300 km e 400 km, respectivamente. As velocidades médias nos três trechos foram 40 km/h, 75 km/h e 80 km/h, mas não necessariamente nessa ordem. Podemos garantir que o tempo total em horas gasto pelo piloto nos três trechos é
- A) menor ou igual a 13 horas
 B) maior ou igual a 13 horas e menor ou igual a 16 horas
 C) maior ou igual a 14 horas e menor ou igual a 17 horas
 D) maior ou igual a 15 horas e menor ou igual a 18 horas
 E) maior ou igual a 18 horas

19. Na figura, todas as circunferências menores têm o mesmo raio r e os centros das circunferências que tocam a circunferência maior são vértices de um quadrado. Sejam a e b as áreas cinzas indicadas na figura. Então a razão $\frac{a}{b}$ é igual a:



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

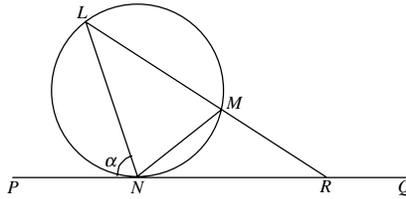
20. Um professor de Inglês dá aula particular para uma classe de 9 alunos, dos quais pelo menos um é brasileiro. Se o professor escolher 4 alunos para fazer uma apresentação, terá no grupo pelo menos dois alunos de mesma nacionalidade; se escolher 5 alunos, terá no máximo três alunos de mesma nacionalidade. Quantos brasileiros existem na classe?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21. Um relógio, com ponteiros de horas, minutos e segundos, faz *plim* toda vez que um ponteiro ultrapassa outro no mostrador. O número de *plins* registrados em um certo dia, no período entre as 12 horas e 1 segundo e as 23 horas, 59 minutos e 59 segundos é:

A) 732 B) 1438 C) 1440 D) 1446 E) 1452

22. Na figura, a reta PQ toca em N o círculo que passa por L, M e N . A reta LM corta a reta PQ em R . Se $LM = LN$ e a medida do ângulo PNL é α , $\alpha < 60^\circ$, quanto mede o ângulo LRP ?



A) $3\alpha - 180^\circ$ B) $180^\circ - 2\alpha$ C) $180^\circ - \alpha$ D) $90^\circ - \alpha/2$ E) α

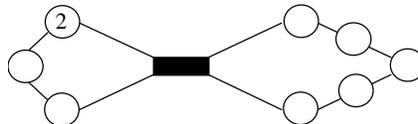
23. Os inteiros positivos x e y satisfazem a equação

$$\sqrt{x + \frac{1}{2}\sqrt{y}} - \sqrt{x - \frac{1}{2}\sqrt{y}} = 1.$$

Qual das alternativas apresenta um possível valor de y ?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

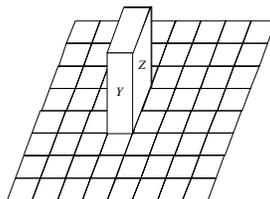
24. Dentre os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, escolha alguns e coloque-os nos círculos brancos de tal forma que a soma dos números em dois círculos vizinhos seja sempre um quadrado perfeito. Atenção: o 2 já foi colocado em um dos círculos e não é permitido colocar números repetidos; além disso, círculos separados pelo retângulo preto não são vizinhos.



A soma dos números colocados em todos os círculos brancos é:

A) 36 B) 46 C) 47 D) 49 E) 55

25. Um bloco de dimensões $1 \times 2 \times 3$ é colocado sobre um tabuleiro 8×8 , como mostra a figura, com a face X , de dimensões 1×2 , virada para baixo. Giramos o bloco em torno de uma de suas arestas de modo que a face Y fique virada para baixo. Em seguida, giramos novamente o bloco, mas desta vez de modo que a face Z fique virada para baixo. Giramos o bloco mais três vezes, fazendo com que as faces X, Y e Z fiquem viradas para baixo, nessa ordem. Quantos quadradinhos diferentes do tabuleiro estiveram em contato com o bloco?



A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22