

XXVII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)

PARTE A  
(Cada problema vale 5 pontos)

01. O tanque do carro de Esmeralda, com capacidade de 60 litros, contém uma mistura de 20% de álcool e 80% de gasolina ocupando metade de sua capacidade.

Esmeralda pediu para colocar álcool no tanque até que a mistura ficasse com quantidades iguais de álcool e gasolina. Quantos litros de álcool devem ser colocados?

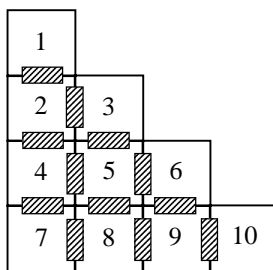
02. Na seqüência de números  $1, a, 2, b, c, d, \dots$  dizemos que o primeiro termo é 1, o segundo termo é  $a$ , o terceiro termo é 2, o quarto termo é  $b$ , e assim por diante.

Sabe-se que esta seqüência tem 2005 termos e que cada termo, a partir do terceiro, é a média aritmética de todos os termos anteriores. Qual é o último termo dessa seqüência?

03. Natasha é supersticiosa e, ao numerar as 200 páginas de seu diário, começou do 1 mas pulou todos os números nos quais os algarismos 1 e 3 aparecem juntos, em qualquer ordem. Por exemplo, os números 31 e 137 não aparecem no diário, porém 103 aparece.

Qual foi o número que Natasha escreveu na última página do seu diário?

04. Juliana foi escrevendo os números inteiros positivos em quadrados de papelão, colados lado a lado por fitas adesivas representadas pelos retângulos escuros no desenho abaixo. Note que cada fila de quadrados tem um quadrado a mais que a fila de cima. Ela escreveu até o número 105 e parou. Quantos pedaços de fita adesiva ela usou?



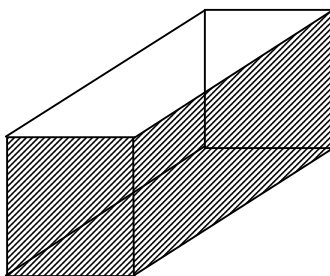
05. Lara tem cubos iguais e quer pintá-los de maneiras diferentes, utilizando as cores laranja ou azul para colorir cada uma de suas faces.

Para que dois cubos não se confundam, não deve ser possível girar um deles de forma que fique idêntico ao outro. Por exemplo, há uma única maneira de pintar o cubo com uma face laranja e cinco azuis.

Quantos cubos pintados de modos diferentes ela consegue obter?

06. Um carpinteiro fabrica caixas de madeira abertas na parte de cima, pregando duas placas retangulares de  $600 \text{ cm}^2$  cada uma, duas placas retangulares de  $1200 \text{ cm}^2$  cada uma e uma placa retangular de  $800 \text{ cm}^2$ , conforme representado no desenho.

Qual é o volume, em litros, da caixa? Note que  $1 \text{ litro} = 1000 \text{ cm}^3$ .

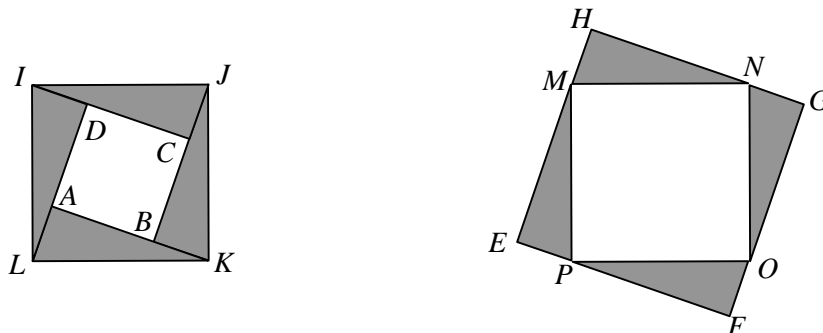


**XXVII OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA**  
**Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)**

**PARTE B**  
**(Cada problema vale 10 pontos)**

**PROBLEMA 1**

Quatro peças iguais, em forma de triângulo retângulo, foram dispostas de dois modos diferentes, como mostram as figuras.



Os quadrados  $ABCD$  e  $EFGH$  têm lados respectivamente iguais a 3 cm e 9 cm. Calcule as áreas dos quadrados  $IJKL$  e  $MNOP$ .

**PROBLEMA 2**

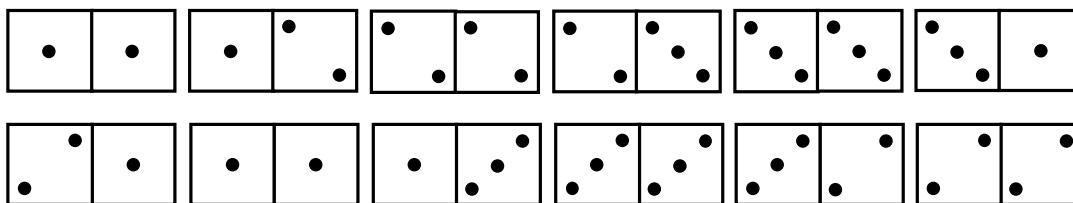
Considere três números inteiros positivos consecutivos de três algarismos tais que o menor é múltiplo de 7, o seguinte é múltiplo de 9 e o maior é múltiplo de 11. Escreva todas as seqüências de números que satisfazem essas propriedades.

**PROBLEMA 3**

Cada peça de um jogo de dominó possui duas casas numeradas. Considere as 6 peças formadas apenas pelos números 1, 2 e 3.

- (a) De quantos modos é possível colocar todas estas peças alinhadas em seqüência, de modo que o número da casa da direita de cada peça seja igual ao número da casa da esquerda da peça imediatamente à direita?

A seguir, mostramos dois exemplos:



- (b) Explique por que não é possível fazer o mesmo com todas as 10 peças formadas apenas pelos números 1, 2, 3 e 4.