

XXVIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)

PARTE A
(Cada problema vale 5 pontos)

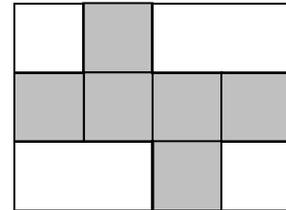
01. Qual é a soma dos algarismos do número $\frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{2^2} + \frac{2^4}{2^3} + \dots + \frac{2^{2005}}{2^{2004}} + \frac{2^{2006}}{2^{2005}}$?

02. A massa de gordura de uma certa pessoa corresponde a 20% de sua massa total. Essa pessoa, pesando 100 kg, fez um regime e perdeu 40% de sua gordura, mantendo os demais índices. Quantos quilogramas ela pesava ao final do regime?

03. Quantos os números de dois algarismos têm a soma desses algarismos igual a um quadrado perfeito? Lembre-se que, por exemplo, 09 é um número de um algarismo.

04. Os números de 1 a 99 são escritos lado a lado: 123456789101112...9899. Então aplicamos a seguinte operação: apagamos os algarismos que aparecem nas posições pares, obtendo 13579012...89. Repetindo essa operação mais 4 vezes, quantos algarismos irão sobrar?

05. Com a parte destacada da folha retangular ao lado, pode-se montar um cubo. Se a área da folha é 300cm^2 , qual é o volume desse cubo, em cm^3 ?



06. Na tabela a seguir, escreva os números de 1 a 9 em cada coluna, de modo que a soma dos números escritos nas 9 linhas seja a mesma, igual a Y. Seja X a soma dos números de cada coluna. Calcule X + Y.

			Y
			Y
			Y
			Y
			Y
			Y
			Y
			Y
			Y
X	X	X	

XXVIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 1 (5ª. ou 6ª. séries)

PARTE B
(Cada problema vale 10 pontos)

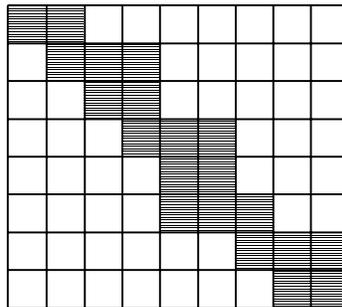
PROBLEMA 1

Jade escreveu todos os números de 3 algarismos em cartões amarelos, um por cartão e escreveu todos os números de 4 algarismos em cartões azuis, um por cartão. Os cartões são todos do mesmo tamanho.

- a) Ao todo, quantos cartões foram utilizados? Lembre-se que, por exemplo, 037 é um número de dois algarismos, bem como 0853 é um número de três algarismos.
- b) Todos os cartões são então colocados numa mesma urna e embaralhados. Depois Jade retira os cartões, um a um, sem olhar o que está pegando. Quantos cartões Jade deverá retirar para ter certeza de que há dois cartões azuis entre os retirados?

PROBLEMA 2

No quadriculado a seguir, cada quadradinho tem 1 cm^2 de área.



- a) Qual é a área e o perímetro da figura formada pelos quadradinhos pintados de cinza?
- b) Pintando outros quadradinhos, podemos aumentar a área dessa figura, sem mudar o seu perímetro. Qual é o valor máximo da área que podemos obter dessa maneira?

PROBLEMA 3

Esmeralda inventou uma brincadeira. Digitou alguns algarismos na primeira linha de uma folha. Depois, na segunda linha, fez a descrição dos algarismos digitados da seguinte maneira: ela apresentou as quantidades de cada um dos que apareceram, em ordem crescente de algarismo. Por exemplo, após digitar 21035662112, ela digitou 103132131526, pois em 21035662112 existe um algarismo 0, três algarismos 1, três algarismos 2, um algarismo 3, um algarismo 5 e dois algarismos 6.

- a) Ela começou uma nova folha com 1. Fez, então, sua descrição, ou seja, digitou 11 na segunda linha. Depois, descreveu 11, ou seja, digitou 21 na terceira linha, e assim continuou. O que ela digitou na 10ª linha da folha?
- b) Esmeralda gostou tanto de fazer isso que decidiu preencher várias folhas com essa brincadeira, começando com 01 na primeira linha da primeira folha. Quais são os dois primeiros algarismos da esquerda do que ela digitou na 2006ª linha?