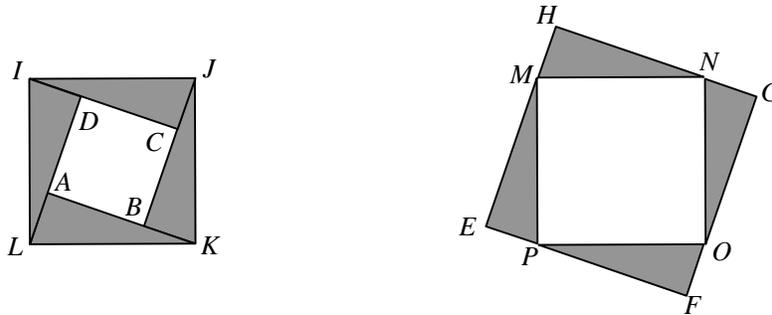


XXVII OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 2 (7ª. ou 8ª. séries)

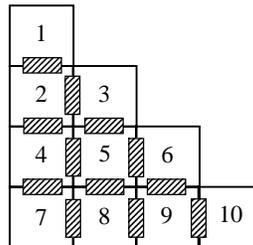
PARTE A
(Cada problema vale 4 pontos)

01. Natasha é supersticiosa e, ao numerar as 200 páginas de seu diário, começou do 1 mas pulou todos os números nos quais os algarismos 1 e 3 aparecem juntos, em qualquer ordem. Por exemplo, os números 31 e 137 não aparecem no diário, porém 103 aparece. Qual foi o número que Natasha escreveu na última página do seu diário?
02. Quatro peças iguais, em forma de triângulo retângulo, foram dispostas de dois modos diferentes, como mostram as figuras abaixo.

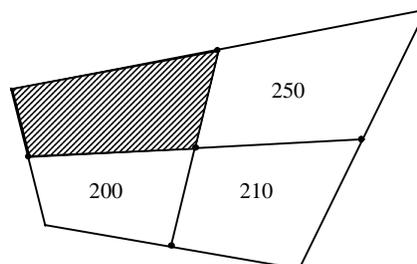


Os quadrados $ABCD$ e $EFGH$ têm lados respectivamente iguais a 3 cm e 9 cm. Determine a medida do lado do quadrado $IJKL$.

03. Juliana foi escrevendo os números inteiros positivos em quadrados de papelão, colados lado a lado por fitas adesivas representadas pelos retângulos escuros no desenho abaixo. Note que cada fila de quadrados tem um quadrado a mais que a fila de cima. Ela escreveu até o número 105 e parou. Quantos pedaços de fita adesiva ela usou?



04. Um terreno quadrangular foi dividido em quatro lotes menores por duas cercas retas unindo os pontos médios dos lados do terreno. As áreas de três dos lotes estão indicadas em metros quadrados no mapa a seguir.



Qual é a área do quarto lote, representado pela região escura no mapa?

05. Seja a um número inteiro positivo tal que a é múltiplo de 5, $a + 1$ é múltiplo de 7, $a + 2$ é múltiplo de 9 e $a + 3$ é múltiplo de 11. Determine o menor valor que a pode assumir.

XXVII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 2 (7ª. ou 8ª. séries)

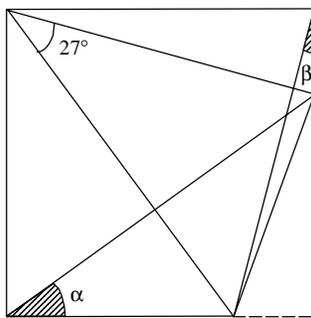
PARTE B
(Cada problema vale 10 pontos)

PROBLEMA 1

Gabriel resolveu uma prova de matemática com questões de álgebra, geometria e lógica. Após checar o resultado da prova Gabriel observou que respondeu corretamente 50% das questões de álgebra, 70% das questões de geometria e 80% das questões de lógica. Gabriel observou, também, que respondeu corretamente 62% das questões de álgebra e lógica e 74% das questões de geometria e lógica. Qual a porcentagem de questões corretas da prova de Gabriel?

PROBLEMA 2

O canto de um quadrado de cartolina foi cortado com uma tesoura. A soma dos comprimentos dos catetos do triângulo recortado é igual ao comprimento do lado do quadrado. Qual o valor da soma dos ângulos α e β marcados na figura abaixo?



PROBLEMA 3

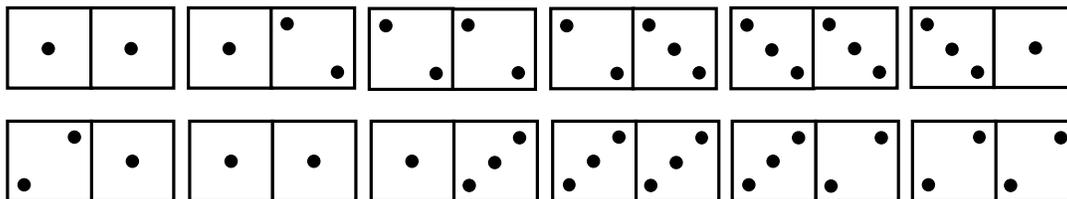
- (a) Fatore a expressão $x^2 - 9xy + 8y^2$.
 (b) Determine todos os pares de inteiros $(x; y)$ tais que $9xy - x^2 - 8y^2 = 2005$.

PROBLEMA 4

Cada peça de um jogo de dominó possui duas casas numeradas. Considere as 6 peças formadas apenas pelos números 1, 2 e 3.

- (a) De quantos modos é possível colocar todas estas peças alinhadas em seqüência, de modo que o número da casa da direita de cada peça seja igual ao número da casa da esquerda da peça imediatamente à direita?

A seguir, mostramos dois exemplos:



- (b) Explique por que não é possível fazer o mesmo com todas as 10 peças formadas apenas pelos números 1, 2, 3 e 4.