XXXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 2 (8o. e 9o. Anos)
PRIMEIRO DIA

PROBLEMA 1

Quando duas amebas vermelhas se juntam, se transformam em uma única ameba azul; quando uma ameba vermelha se junta com uma ameba azul, as duas se transformam em três amebas vermelhas; quando duas amebas azuis se juntam, elas se transformam em quatro amebas vermelhas. Um tubo de ensaio tem inicialmente *201* amebas azuis e *112* amebas vermelhas.

a) É possível que após algumas transformações o tubo contenha 100 amebas azuis e 314 amebas vermelhas?

b) É possível que após algumas transformações o tubo contenha 99 amebas azuis e 314 amebas vermelhas?

PROBLEMA 2

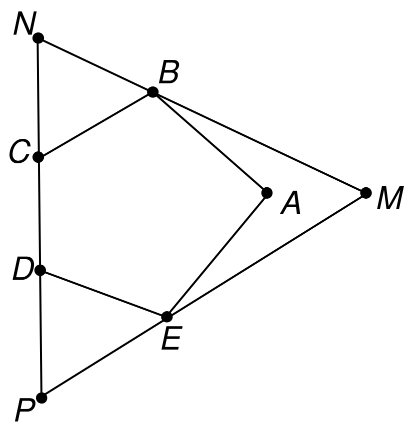
Muitas pessoas conhecem a famosa sequência de Fibonacci, mas o que muita gente não sabe é que na mesma época um matemático brasileiro criou as sequências de Somanacci. Essas sequências são geradas a partir de três termos iniciais inteiros positivos menores que 2012. Diferente do que acontece na sequência de Fibonacci, cada termo de uma sequência de Somanacci é a soma de todos os termos anteriores. Quantas sequências de Somanacci distintas possuem o número 2012 em alguma posição?

PROBLEMA 3

Seja ABC um triângulo, M o ponto médio do lado AC e N o ponto médio do lado AB. Sejam r e s as reflexões das retas BM e CN sobre a reta BC, respectivamente. Defina também D e E como a interseção das retas r e s com a reta MN, respectivamente. Sejam X e Y os pontos de interseção entre os circuncírculos dos triângulos BDM e CEN, Z a interseção das retas BE e CD e W a interseção entre as retas r e s. Prove que XY, WZ e BC são concorrentes.

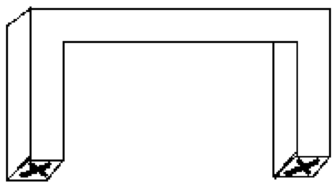
XXXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 2 (8o. e 9o. Anos)
SEGUNDO DIA

PROBLEMA 4
A figura abaixo mostra um pentágono regular *ABCDE* inscrito em um triângulo equilátero *MNP*. Determine a medida do ângulo *CMD*.



PROBLEMA 5
Considere os números reais a e b tais que $(a+b)(a+1)(b+1)=2$ e $a^3+b^3=1$. Encontre o valor de $a+b$.

PROBLEMA 6
Maria possui uma barra de chocolate mxn dividida em quadradinhos $1x1$. Ela deseja marcar cada uma das casinhas usando o seguinte instrumento de marcação:



A peça pode ser usada na horizontal ou na vertical. Ela marca duas casas deixando entre elas duas casas com distância $d-1$ sem serem alteradas e não é permitido marcar um quadradinho mais que uma vez. Para que valores de m, n e d é possível fazer a marcação de todas os quadradinhos seguindo estas condições.

Obs: Exemplo de marcação com $d=3$, usando uma vez na vertical e uma na horizontal.