Semana Olímpica 2015

Nível 1

Construções Geométricas

Prof.Luciano Monteiro de Castro
lucianogmcastro@gmail.com

Construções Elementares

1. **Caso LLL.** Construir o triângulo ABC dados os seus lados a, b, c. Exemplo: $a = 11, b = 8, c = 7$.

2. Dados os pontos A, B, C, construa um quarto ponto D tal que A, B, C, D sejam vértices de um paralelogramo. Quantas soluções tem o problema? Exemplo: Utilize os pontos A, B, C do exercício anterior.

3. **Caso LAL.** Construir o triângulo ABC dados dois lados e o ângulo formado por eles. Exemplo: $\angle A = 60°, b = 10, c = 7$.

4. **Caso ALA.** Construir o triângulo ABC dados um lado e os ângulos adjacentes a ele. Exemplo $a = 12, \angle B = 60°, \angle C = 45°$.

5. **Mediatriz.** Dados os pontos A e B, construir a mediatriz do segmento AB.

6. **Paralelas e Perpendiculares.** Dados uma reta r e um ponto P fora dela, construir as retas paralela e perpendicular a r passando por P.

7. **Bissetriz.** Dado um ângulo, construir sua bissetriz.

8. **Circunferência Circunscrita ou *Circuncírculo*.** Construir a circunferência que passa pelos vértices de um triângulo ABC dado.

9. **Circunferência Inscrita ou *Incírculo*.** Dado o triângulo ABC, construir a circunferência tangente aos seus três lados.

10. **Circunferências Ex-inscritas ou *excírculos*.** Dado o triângulo ABC, construir as circunferências tangentes a um lado e aos prolongamentos dos outros dois.

11. **Arco Capaz.** Dado um ângulo α e dois pontos A e B construa o lugar geométrico dos pontos P tais que $\angle APB = \alpha$.

Problemas de Construção

12. Construir o triângulo ABC dados o lado BC, o ângulo $\angle A$ e a altura h_A relativa a A.

13. Considere o problema de construir o triângulo ABC dados $\angle CAB = 60°$, $AB = 2$ e $BC = x$. Analise o número de soluções desse problema em função do valor de x.

14. Construir o triângulo ABC dadas as alturas relativas a A e B e a mediana relativa a A.

15. Construir o triângulo ABC dadas as alturas relativas a B e C e a mediana relativa a A.

16. Construir o triângulo ABC sendo dadas as medianas relativas a A e B e a altura relativa a A.

17. Dados os pontos A e B e a reta r, construir uma circunferência tangente a r passando por A e B.

18. Construir um quadrado dados, em posição, um ponto em cada um de seus lados.

19. São dados um círculo $\mathcal{C}$, uma reta r e um ponto A sobre r. Construir um círculo $\mathcal{C}'$, tangente exteriormente a $\mathcal{C}$ e tangente a r em A.

20. Dados os pontos A e B de um mesmo lado da reta r, determinar o ponto P sobre r tal que o ângulo $\angle APB$ é máximo.

21. São dados os pontos A e B de um mesmo lado de uma reta r. Determinar um ponto P sobre r de forma que o ângulo entre r e PB seja o dobro do ângulo entre PA e r.

22. Duas circunferências distintas cortam-se nos pontos A e B. Traçar, por A, uma reta que determine cordas de mesmo comprimento em ambas as circunferências.

23. Dados os pontos colineares A, B, C e D, traçar duas retas paralelas por A e B e duas retas paralelas por C e D cuja interseção forme um quadrado.

24. Construir as tangentes comuns a dois círculos dados em posição.

25. Construir o triângulo ABC conhecendo o lado BC, o ângulo $\angle BAC$ e a mediana relativa a A.

26. Dados dois círculos e um ponto A de interseção entre eles, traçar por A uma secante aos dois círculos (segmento com extremos em cada um) que tenha um comprimento pré-determinado.

27. Na situação anterior, traçar a secante de comprimento máximo, e também aquela que tem A como ponto médio.

28. (Fuvest) Dadas duas retas concorrentes r e s e um ponto P fora delas, construa um segmento com extremos em r e s tendo P como ponto médio.

Um Problema da IMO 2013

29. Seja A_1 o ponto de tangência do excírculo do triângulo ABC oposto ao vértice A com o lado BC. Definem-se os pontos B_1 em CA e C_1 em AB, de modo análogo, utilizando os excírculos opostos a B e a C, respectivamente. Suponha que o circuncentro do triângulo $A_1B_1C_1$ pertence à circunferência circunscrita ao triângulo ABC. Demonstrar que o triângulo ABC é retângulo.

    O excírculo de ABC oposto ao vértice A é a circunferência que é tangente ao segmento BC, ao prolongamento do lado AB no sentido de A para B e ao prolongamento do lado AC no sentido de A para C. Os excírculos opostos a B e a C definem-se de modo semelhante.