XXVII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª. ou 6ª. séries)
GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

1) A	6) B	11) A	16) B
2) E	7) E	12) C	17) D
3) A	8) A	13) B	18) D
4) E	9) D	14) B	19) C
5) B	10) E	15) B	20) C

- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site www.obm.org.br**

1. **(A)** Como 119 268 916 é divisível por 13, já que $9\,174\,532 \times 13 = 119\,268\,916$, podemos concluir que os números da forma 119 268 916 + x, para x inteiro, são divisíveis por 13 se, e somente se, x é divisível por 13.
Dentre os números apresentados, o número 119 268 916 + (–13) = 119 268 903 é o único divisível por 13.

2. **(E)** Quando são retiradas três meias, uma das seguintes situações irá ocorrer: (i) as três meias são vermelhas ou (ii) duas são vermelhas e uma é branca ou (iii) uma é vermelha e duas são brancas, já que não havia meias pretas entre as retiradas. Portanto, pelo menos uma meia é vermelha.

3. **(A)** A mistura final tem 0,2 litros de polpa e $3 + 0{,}8 = 3{,}8$ litros de água. A porcentagem de polpa em relação ao volume da mistura é $\frac{0{,}2}{4} = \frac{2}{40} = 0{,}05 = 5\%$.

4. **(E)** Arnaldo: 1 bilhão = $1\,000\,000 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000\,000$. Professor Piraldo: 1 bilhão = $1\,000 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000$.
A diferença é: $1\,000\,000\,000\,000 - 1\,000\,000\,000 = 999\,000\,000\,000$

5. **(B)** Seja x o primeiro termo. Como o segundo termo é 1, o terceiro termo é $x+1$, o quarto é $1 + (x+1) = x+2$.
Como o quinto termo é 2005, $(x+1)+(x+2) = 2x+3 = 2005 \Leftrightarrow 2x = 2002 \Leftrightarrow x = 1001$.
Logo o sexto termo é $(x+2)+(2x+3) = 3x+5 = 3 \cdot 1001 + 5 = 3008$.

6. **(B)** O vôo 7 000 000 de quilômetros de 1 abelha é equivalente ao vôo de 1 000 quilômetros de 7 000 abelhas iguais a ela. Multiplicando por 10 o número de galões, podemos multiplicar por 10 o número de abelhas, ou seja, 70 000 abelhas.

7. **(E)** Seja p a população de Tucupira há três anos. Atualmente, Tucupira tem $p + 50\%$ de $p = p + 0{,}5p = 1{,}5p$, população igual à atual de Pirajussaraí. Temos

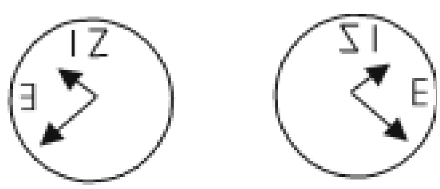
$1,5p + 1,5p = 9000 \Leftrightarrow 3p = 9000 \Leftrightarrow p = 3000$. Há três anos, a soma das populações das duas cidades era $1,5p + p = 1,5 \times 3000 + 3000 = 4500 + 3000 = 7500$ pessoas.

8. **(A)** Como $\frac{1}{5}$ de 100 000 = $\frac{100\ 000}{5} = 20000$ e $\frac{1}{4}$ de 100 000 = $\frac{100\ 000}{4} = 25000$, concluímos que a perda da safra está avaliada entre R$20.000,00 e R$25.000,00. Logo, um possível valor para a perda é R$ 21.987,53.

9. **(D)** Em 600 números inteiros consecutivos positivos, há $\frac{600}{3} = 200$ múltiplos de 3 e $\frac{600}{4} = 150$ múltiplos de 4; entretanto, alguns desses números aparecem duas vezes nessa contagem, pois são múltiplos dos dois números, ou seja, são múltiplos de 12. Como há $\frac{600}{12} = 50$ desses múltiplos, concluímos que o número de páginas com defeito é $200 + 150 - 50 = 300$.

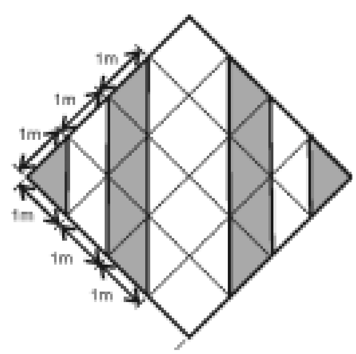
10. **(E)** A partir da figura, vemos que o comprimento a dos retângulos menores é o dobro da sua largura b. Temos então que $a + b = b + 2b = 3b = 21$, ou seja, $b = 7$ cm e $a = 14$ cm. Portanto, o comprimento do retângulo maior é $4b = 28$ e a sua área é $21 \times 28 = 588\ \text{cm}^2$

11. **(A)** Olhando o relógio do professor diretamente, vemos que marca 2h 23min de acordo com a figura (1) ao lado. Com a reflexão no espelho, o relógio aparecerá como na figura (2).



(1) (2)

12. **(C)** Traçando paralelas aos lados, podemos dividir a placa em quadrados de 1 metro de lado, conforme indicado na figura. Então, a área pintada é igual a 12 metades desses quadrados, ou, equivalentemente, 6 desses quadrados. Como a placa total tem 16 desses quadrados, concluímos que a fração da área pintada em relação à área da placa é $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.



13. **(B)** A transparência é igual a $0,7 \times 0,9 = 0,63$. Logo, a redução da radiação é $1 – 0,63 = 0,37 = 37\%$.

14. **(B)** Como ABC e DEF são triângulos eqüiláteros, seus ângulos internos medem 60º. No triângulo AGD,

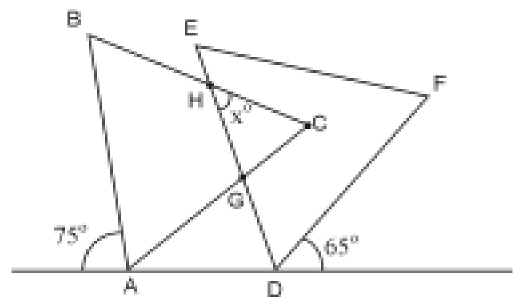
$m(G\hat{A}D) = 180^{O} - 75^{O} - 60^{O} = 45^{O}$ e

$m(G\hat{D}A) = 180^{O} - 65^{O} - 60^{O} = 55^{O}$

Portanto,

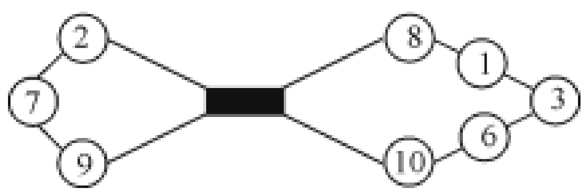
$m(A\hat{G}D) = 180^{O} - 45^{O} - 55^{O} = 80^{O}$ e no triângulo CGH,

$x + 80^{O} + 60^{O} = 180^{O} \Leftrightarrow x = 40^{O}$.



15. **(B)** Para fazer uma peça, são necessários $3\times10 + 3\times5 = 45$ centímetros de arame. Como 20 metros = 2 000 centímetros e 2000 dividido por 45 dá quociente 44 e resto 20, temos que o serralheiro irá fazer 44 peças completas, ficando com uma sobra de 20 centímetros, que lhe possibilitarão fazer as duas primeiras partes de uma peça, na forma  .

16. **(B)** Nas condições dadas, a distribuição dos números pelos círculos é a representada a seguir. A soma dos números escritos é 46.



17. **(D)** Na primeira balança temos 3 triângulos + 1 círculo = 6 quadrados. Na segunda, vemos 2 triângulos + 4 círculos = 8 quadrados, ou seja, 1 triângulo + 2 círculos = 4 quadrados.
Logo, 4 triângulos + 3 círculos = (3 triângulos + 1 círculo) + (1 triângulo + 2 círculos) = 6 quadrados + 4 quadrados = 10 quadrados.

18. **(D)** Os inteiros de dois algarismos formam a seqüência

$$10,\cdots,15,(16),17,\cdots,24,(25),\cdots,(36)\cdots,(49),\cdots(64),\cdots(81),82,\cdots,99.,$$

onde os números entre parêntesis são quadrados perfeitos. O espaçamento entre esses quadrados é crescente: de 16 a 25 há 10 números, de 25 a 36 há 12 números, de 36 a 49 há 14 números, etc. Portanto, o único conjunto de 10 números dessa seqüência contendo dois quadrados perfeitos é 16, 17, ..., 25 (note que se começarmos antes de 16, a seqüência de dez números termina antes do 25 e se começarmos depois do 16 a seqüência de dez números conterá somente um quadrado perfeito). A soma dos extremos desse conjunto é 16 + 25 = 41.

19. **(C)** Como 365 dividido por 7 dá quociente 52 e resto 1 e 366 dividido por 7 dá o mesmo quociente e resto 2, em um ano, bissexto ou não, há no máximo 53 domingos. Um mês tem entre $28 = 4 \cdot 7$ e $31 = 4 \cdot 7 + 3$ dias, então todo mês tem 4 ou 5 domingos. Como 53 dividido por 12 dá quociente 4 e resto 5, há no máximo 5 meses com 5 domingos.
Um exemplo de ano com cinco meses com cinco domingos é um iniciado no domingo.

20. **(C)** Observe que as cinco casas marcadas com * devem ter cores diferentes:

*		*
	*	
*		*

Sendo 1, 2, 3, 4 e 5 cores distintas, uma possível coloração é:

2	4	3
4	1	2
5	2	4