XXIX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª. ou 6ª. séries)

GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

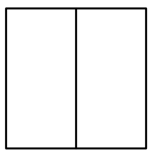
1) E	6) A	11) E	16) D
2) D	7) E	12) B	17) B
3) D	8) B	13) C	18) C
4) E	9) D	14) D	19) D
5) B	10) E	15) C	20) E

- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site www.obm.org.br**

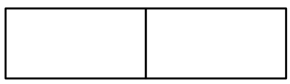
1) (E) No resultado da multiplicação de 101 por $\underbrace{1111\cdots1}_{\text{2007 algarismos 1}}$, o dígito 1 aparece 4 vezes e o dígito 2 aparece 2007 – 2 = 2005 vezes. Portanto a soma dos algarismos desse número é $1\times4+2\times2005=4+4010=4014$.

2) (D) São dez: 103, 112, 121, 130, 202, 211, 220, 301, 310 e 400.

3) (D) Um quadrado com área 144 cm^2 tem lado 12 cm, e se foi formado juntando-se dois retângulos iguais lado a lado, esses retângulos tem um lado igual ao lado do quadrado e ou outro igual a metade do lado do quadrado, ou seja, seus lados medem 12 cm e 6 cm.

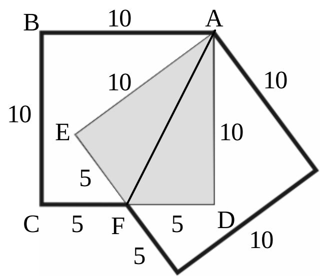


Juntando-se agora esses dois retângulos e formando um retângulo de largura diferente do comprimento, formamos um retângulo de lados 24 cm e 6 cm.



E o perímetro desse retângulo é 24 + 6 + 24 + 6 = 60 cm.

4) (E) A área do triângulo *ADF* é $\dfrac{5\cdot10}{2}=25\ \text{cm}^2$, ou seja, $\dfrac{1}{4}$ da área do quadrado. Como os triângulos *ADF* e *AEF* são congruentes, a área da região comum aos dois quadrados é $2\cdot25=50\,\text{cm}^2$.



5) (B) A soma de todos os números positivos ímpares até 2007 menos a soma dos números positivos pares até 2007 é (1 – 2) + (3 – 4) + (5 – 6) + ... + (2005 – 2006) + 2007 = –1003 + 2007 = 1004.

6) (A) Se Sílvia acertou o relógio, ela adiantou 10min. Como já estava adiantado 5min, o relógio ficou 15min adiantado. Portanto, se marcava 10h, era na verdade 9h45min.
Se Cristina acertou o relógio, ela atrasou 10min. Como já estava atrasado 5min, o relógio ficou 15min atrasado. Como 9h45min foi o horário real do encontro, o relógio de Cristina indicava 9h30min.

7) (E) A soma $a+b$ é 1 se a = 0 e b = 1, ou seja, $\frac{a}{b}=0$, incompatível com o desenho. A soma é 2 se $\frac{a}{b}=\frac{1}{1}=1$, também incompatível. E a soma é 3 se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b}=\frac{2}{1}=2$, ambos incompatíveis.
Os casos em que a soma é 4 são: $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b}=\frac{2}{2}=1$ ou $\frac{a}{b}=\frac{3}{1}=3$, todos incompatíveis.
Como todas as quatro primeiras alternativas são falsas, a alternativa **E** é a verdadeira.
De fato, a soma é 5 nos casos: $\frac{a}{b}=\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}>\frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}>1$ ou $\frac{a}{b}=\frac{4}{1}>1$, dos quais a possibilidade a = 2 e b = 3 dá a fração $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}\cong 0{,}67$.

8) (B) Os 156 estudantes que resolveram todos os problemas corretamente correspondem a 100% – 25% – 15% = 60% do total. Logo, o número total de estudantes é (600/100). 156 = 260.

9) (D) Sejam H, M e C as quantidades de homens, mulheres e crianças, respectivamente. Temos H/M = 2/3 e M/C = 8. Logo, H/C = H/M . M/C = 16/3. Logo, a razão entre o número de adultos e crianças é $(H+M)/C = H/C + M/C$ = 8 + 16/3 = 40/3.

10) (E) Como o triângulo ABC é eqüilátero, o ângulo interno $\hat{A}$ mede 60°. Se $\overline{DG}$ é paralelo a $\overline{AB}$, então o ângulo entre $\overline{DG}$ e $\overline{AC}$ é 60° ou 180° – 60° = 120°. Sendo x o maior ângulo entre esses dois segmentos, x = 120°.

11) (E) Ao multiplicar os preços por 0,68 = 68% a loja oferece um desconto 100% – 68% = 32%.

12) (B) Se Pérola (P) estiver antes de Esmeralda (E), há 7 + 6 – 2 = 11 pessoas na fila, como vemos no esquema a seguir:

7	6	5	4	3	2	1				
				E			P			
					1	2	3	4	5	6

Se Esmeralda (E) estiver antes de Pérola (P), há 7 + 6 + 2 + 2 = 17 pessoas na fila, como vemos no esquema a seguir:

7	6	5	4	3	2	1										
							P			E						
											1	2	3	4	6	6

13) (C) Dentre todos os produtos, são primos apenas os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13, que aparecem 2 vezes cada. Portanto $6\times 2=12$ casas conterão números primos.

14) (D) Seja G o volume do copo grande e P, o do copo pequeno. Temos $3G+0{,}5P=5P+0{,}5G \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2{,}5G = 4{,}5P \Leftrightarrow P/G = 2{,}5/4{,}5 = 5/9$.

15) (C) Para formar os códigos S serão usadas 1 barra preta fina, 2 médias e 1 grossa, que serão separadas por 3 barras brancas finas. Como as barras brancas são todas iguais, uma vez colocadas em seus lugares, o número de códigos é o número de maneiras de se distribuir as $1+2+1=4$ barras pretas, ou seja, $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$. Como há 2 barras iguais, as médias, o número de diferentes códigos S que podem ser formados é $\frac{24}{2}=12$.

16) (D) Para a letra "O" foram necessários $12-4\cdot\frac{1}{8}=11{,}5$ quadradinhos. Para a letra "B", $13-4\cdot\frac{1}{8}=12{,}5$ quadradinhos. E para a letra "M", $12-2\cdot\frac{1}{2}-8\cdot\frac{1}{8}=10$ quadradinhos. Logo a área ocupada pela sigla é $11{,}5+12{,}5+10=34\,\text{cm}^2$.

17) (B) Dentre os números de 10 a 99, a soma dos algarismos mais freqüente é 9 ou 10, ambas aparecendo 9 vezes cada. Logo o maior número de tentativas erradas que a segunda pode fazer é $9-1=8$.

18) (C) Viajando a 80 km/h por 15 minutos, ou seja, $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$ de hora, Anita percorreu $\frac{80}{4}=20$ km. Para conseguir percorrer esses 20 km em 12 minutos, ou seja, $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$ de hora, ela deveria trafegar a uma velocidade constante de $\frac{20}{\frac{1}{5}}=20\cdot 5=100$ km/h.

19) (D) O candidato A errou $80\%\cdot 60=48$ questões, o candidato B, $60\%\cdot 60=36$ questões, o candidato C, $50\%\cdot 60=30$, o candidato D, $30\%\cdot 60=18$, o candidato E, $40\%\cdot 60=24$ e o candidato F, $60\%\cdot 60=36$. Portanto o número médio de questões erradas por esses candidatos foi $\frac{48+36+30+18+24+36}{6}=\frac{192}{6}=32$.

20) (E) Temos $13^1=1\underline{3}$, $13^2=16\underline{9}$, $13^3=219\underline{7}$ e $13^4=2856\underline{1}$.
A partir desse ciclo, $13^5=13^1\cdot 13^4=37129\underline{3}$, $13^6=13^2\cdot 13^4=482680\underline{9}$, $13^7=13^3\cdot 13^4=6274851\underline{7}$ e $13^8=13^4\cdot 13^4=81573072\underline{1}$. Veja que 13^5, 13^6, 13^7 e 13^8 terminam com o mesmo algarismo que, respectivamente, 13^1, 13^2, 13^3 e 13^4. Desse modo podemos formar grupos de 4 em 4, sabendo que o algarismo das unidades desses grupos são 3, 9, 7 e 1.
Como $2007=501\cdot 4+3$, podemos formar 501 grupos com algarismo das unidades 3, 9, 7 e 1, restando apenas os números 13^{2005}, 13^{2006} e 13^{2007}, que tem algarismo das unidades 3, 9 e 7, respectivamente. Portanto o algarismo das unidades da soma é o algarismo das unidades de $(3+9+7+1)\cdot 501+(3+9+7)=20\cdot 501+19=10020+19=10039$, o algarismo 9.