

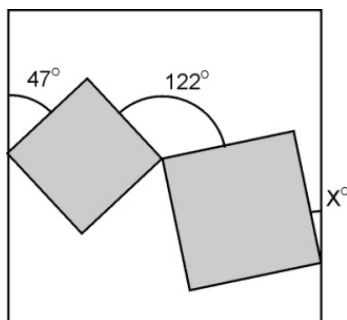
# 38ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

2ª Fase – Nível 2 (8º ou 9º ano)

PARTE A - Cada problema vale 5 pontos



1. Na figura, os quadrados cinzentos têm um vértice em comum e o quadrado maior tem um vértice de cada um desses quadrados em seus lados. As medidas de alguns ângulos, em graus, estão indicadas na figura. Qual o valor, em graus, do ângulo  $x$ ?



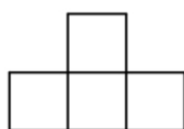
2. Na conta de multiplicar abaixo, os algarismos primos 2, 3, 5 e 7 são representados pelas letras  $A, B, C, D$ , não necessariamente nesta ordem. Qual é o número de quatro algarismos  $ABCD$ , cujos algarismos são, da esquerda para a direita,  $A, B, C$  e  $D$ ?

$$\begin{array}{r} \phantom{0}A \phantom{0}A \phantom{0}B \\ \times \phantom{0}C \phantom{0}C \\ \hline D \phantom{0}B \phantom{0}B \phantom{0}A \phantom{0}B \end{array}$$

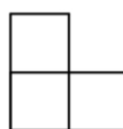
3. Sabendo que as raízes da equação  $(4^2 + b^2)x^2 - 26bx + (b^2 + 9^2) = 0$  são iguais e que  $b$  é um número real positivo, determine o valor de  $b$ .

4. Considere a sequência de números 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, ... em que escrevemos os números de 1 até  $1!$ , de 1 até  $2!$ , de 1 até  $3!$  e assim por diante. Veja que cada posição dessa sequência é ocupada por um número. Por exemplo, na primeira vez que o número 5 aparece na sequência ele ocupa a posição 8. Determine qual número ocupa a posição 10000.

5. A figura a seguir apresenta peças de dois tipos: o Tipo 1, com 4 quadradinhos, e o Tipo 2, com 3 quadradinhos. Um tabuleiro com  $m$  linhas e  $n$  colunas foi coberto, sem sobreposição, com peças do Tipo 1 com a exceção de 3 quadradinhos. Então, o mesmo tabuleiro foi coberto, também sem sobreposição, com peças do Tipo 2 com exceção de 2 quadradinhos. As peças podem ser giradas, mas não podem sair do tabuleiro. Qual é o menor valor possível para o produto  $m \cdot n$ ?



Tipo 1



Tipo 2

6. O quadrado  $ABCD$  de lado  $12 \text{ cm}$  está inscrito em uma circunferência  $\Gamma$ . Seja  $E$  um ponto sobre o lado  $BC$  tal que  $BE = 5 \text{ cm}$ . A reta  $AE$  corta  $\Gamma$  novamente no ponto  $F$ . O segmento  $DF$  corta o lado  $BC$  no ponto  $G$ . O comprimento do segmento  $EG$  em  $\text{cm}$  é escrito como fração irredutível  $\frac{X}{Y}$ . Quanto vale a soma  $X + Y$ ?

# 38ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

## 2ª Fase – Nível 2 (8º ou 9º ano)

### PARTE B - Cada problema vale 10 pontos

**PROBLEMA 1.** Janaína quer pintar as casas de um tabuleiro  $7 \times 7$  de vermelho, de azul ou de marrom, da seguinte maneira: em cada linha, o número de casas vermelhas não pode ser menor que o número de casas com cada uma das outras cores e, em cada coluna, o número de casas azuis não pode ser menor que o número de casas com cada uma das outras cores. Todas as linhas e colunas devem conter casas das três cores.

- Pelo menos quantas casas serão pintadas de vermelho?
- Quantas casas serão pintadas de marrom?

**PROBLEMA 2.** Uma lista de números de dois dígitos é *legal* se, a partir de seu segundo termo, a quantidade de divisores positivos de cada um é maior que a do número que o precede na lista e, além disso, pelo menos um de seus dígitos é maior que um dos dígitos do número que o precede. Qual é o tamanho máximo de uma lista *legal*?

**PROBLEMA 3.** Na figura abaixo,  $AB = 4$ ,  $BD = 8$ ,  $CB = BE = 2$  e  $AGD$  é um semicírculo de diâmetro  $AD$ . Encontre a razão entre os comprimentos de  $AG$  e  $GD$ .

