

XXVII OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª e 6ª séries - Ensino Fundamental)

PROBLEMA 1

Esmeraldinho tem alguns cubinhos de madeira de 2 cm de aresta. Ele quer construir um grande cubo de aresta 10 cm, mas como não tem cubinhos suficientes, ele cola os cubinhos de 2 cm de aresta de modo a formar apenas as faces do cubo, que fica oco. Qual é o número de cubinhos de que ele precisará?

PROBLEMA 2

Num tabuleiro quadrado 5×5 , serão colocados três botões idênticos, cada um no centro de uma casa, determinando um triângulo.

De quantas maneiras podemos colocar os botões formando um triângulo retângulo com catetos paralelos às bordas do tabuleiro?

Observação: Triângulo retângulo é todo triângulo que possui um ângulo de 90° . Os lados que formam esse ângulo são chamados de catetos.

PROBLEMA 3

A partir da casa localizada na linha 1 e na coluna 50 de um tabuleiro 100×100 , serão escritos os números 1, 2, 3, 4, ..., n , como na figura a seguir, que apresenta uma parte do tabuleiro e mostra como os números deverão ser colocados. O número n ocupará a casa da linha 1, coluna 100.

Linha 100 ←
⋮	⋮																			⋮
Linha 10 ←			46																	
			45	47																
			44	29	48															
			43	28	30	49														
			42	27	16	31	50													
			41	26	15	17	32	51												
			40	25	14	7	18	33	52											
			39	24	13	6	8	19	34	53										
			38	23	12	5	2	9	20	35	54									
Linha 1 ←	...		37	22	11	4	1	3	10	21	36	55							...	n
		↓																		↓
			Coluna 1						Coluna 50											Coluna 100

- a) Determine n .
- b) Em qual linha e coluna aparecerá o número 2005?

PROBLEMA 4

No retângulo $ABCD$, com diagonais AC e BD , os lados AB e BC medem, respectivamente, 13 cm e 14 cm. Sendo M a intersecção das diagonais, considere o triângulo BME , tal que $ME = MB$ e $BE = BA$, sendo $E \neq A$.

- a) Calcule a área do triângulo BME .
- b) Mostre que o segmento BD é paralelo ao segmento EC .

PROBLEMA 5

Um número inteiro positivo n tem a propriedade P se a soma de seus divisores positivos é igual a $2n$. Por exemplo: 6 tem a propriedade P, pois $1 + 2 + 3 + 6 = 2 \cdot 6$, porém 10 não tem a propriedade P, pois $1 + 2 + 5 + 10 \neq 2 \cdot 10$.

Mostre que nenhum quadrado perfeito tem a propriedade P.

Observação: Um número inteiro positivo é um quadrado perfeito se é igual ao quadrado de um inteiro. Por exemplo, $1 = 1^2$, $4 = 2^2$ e $9 = 3^2$ são quadrados perfeitos.