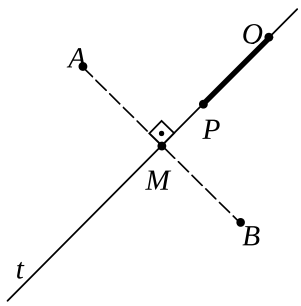
XXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª ou 6ª Séries)

PROBLEMA 1:
No quadriculado ao lado estão escritos todos os inteiros de 1 a 25. Considere todos os conjuntos formados por cinco desses números, de modo que, para cada conjunto, não existem dois números que estão na mesma linha ou na mesma coluna.

2	13	16	11	23
15	1	9	7	10
14	12	21	24	8
3	25	22	18	4
20	19	6	5	17

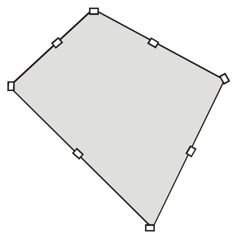
a) Apresente um conjunto cujo maior elemento é o 23.
b) Apresente um conjunto cujo maior elemento é o menor possível.

PROBLEMA 2:
No desenho ao lado, a reta t é perpendicular ao segmento AB e passa pelo seu ponto médio M. Dizemos que A é o simétrico de B em relação à reta t (ou em relação ao segmento PQ).

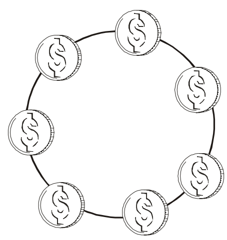


Seja XYZ um triângulo retângulo de área 1m^2. Considere o triângulo $X'Y'Z'$ tal que X' é o simétrico de X em relação ao lado YZ, Y' é o simétrico de Y em relação ao lado XZ e Z' é o simétrico de Z em relação ao lado XY.
Calcule a área do triângulo $X'Y'Z'$.

PROBLEMA 3:
Um parque tem a forma de um quadrilátero e possui oito portões de entrada: um em cada vértice do quadrilátero e um no meio de cada lado. Os portões foram numerados de 1 a 8, de forma que a soma T dos números em cada lado é a mesma para os quatro lados. Apresente um exemplo de numeração dos pontos para cada um dos possíveis valores de T.



PROBLEMA 4:
Sete moedas estão dispostas em círculo, com a coroa visível.



a) Mostre que é possível, virando-se cinco moedas consecutivas de cada vez, fazer com que todas fiquem com a cara visível.
b) Mostre que não é possível, virando-se quatro moedas consecutivas de cada vez, fazer com que todas fiquem com a cara visível.

PROBLEMA 5:
São dados um tabuleiro de xadrez (8×8) e palitinhos do tamanho dos lados das casas. Dois jogadores jogam alternadamente e, em cada jogada, um dos jogadores coloca um palitinho sobre um lado de uma casa do tabuleiro, sendo proibido sobrepor palitinhos.
Vence o jogador que conseguir completar primeiro um quadrado 1×1 de palitinhos. Supondo que nenhum jogador cometa erros, qual dos dois jogadores tem a estratégia vencedora, ou seja, consegue vencer independentemente de como jogue seu adversário?