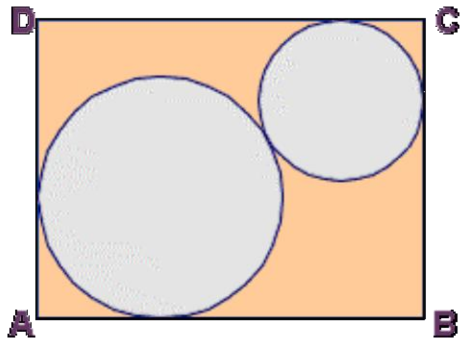
VI OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL
Bolívia, 1995

PROBLEMA 1
Encontre um número de três dígitos, sabendo que a soma dos seus dígitos é 9, o produto das mesmas é 24 e além disso o número lido da direita à esquerda é 27/38 do número primitivo.

PROBLEMA 2
Há dez pontos marcados sobre uma circunferência, numerados de 1 a 10. traçamos todos os segmentos que estes pontos determinam, pintamos os segmentos, uns da cor vermelha e outros da cor azul. Sem trocar as cores dos segmentos, numeramos novamente todos los pontos de 1 a 10. É possível pintar os segmentos e numerar novamente os pontos de modo que os números que estavam unidos com vermelho fiquem agora unidos com azul e os números que estavam unidos com azul fiquem agora unidos com vermelho?.

PROBLEMA 3
Seja *ABCD* um retângulo cujos lados medem *AB* = *a* e *BC* = *b*. Dentro do retângulo são traçadas duas circunferências tangentes exteriormente de maneira que uma é tangente a os lados *AB* e *AD* e a outra é tangente aos lados *CB* e *CD.*



1. Calcular a distância entre os centros das circunferências em função de *a* e *b*.

2. Fazendo variar os raios de modo que a situação de tangencia seja mantida, o ponto comum das circunferências descreve um lugar geométrico. Determinar este lugar geométrico.

PROBLEMA 4
Escrevem-se os dígitos de 1995 como segue:

199511999955111999999555......

a) Calcular quantos dígitos devem-se escrever para que a soma dos dígitos escritos seja 2880.

b) Determinar o dígito que aparece no lugar 1995.

PROBLEMA 5
A semicircunferência de centro *O* e diámetro *AC* é dividida em dois arcos *AB* e *BC* na relação 1:3. *M* é o ponto médio do raio *OC*. Seja *T* o ponto do arco *BC* tais que a área do quadrilátero *OBTM* é máxima. Calcular a área em função do raio.

PROBLEMA 6
Seja *n* natural, seja $f(n) = 2n - 1995\left[\frac{n}{1000}\right]$, onde [ ] denota a função parte inteira.

a) Demonstrar que se para algum *r, f* (*f* (*f...f* (*n*)...)) = 1995 (onde se aplica *r* vezes a função *f*), então *n* é múltiplo de 1995.

b) Demonstrar que se *n* é um múltiplo de 1995, existe um *r* tal que
f (*f* (*f*...(*n*)...)) = 1995

(onde se aplica *r* vezes a função *f*). Determinar *r* se *n* = 1995 x 500 = 997500.
Esclarecimento: Parte inteira de um número *x*, é o maior número inteiro que é menor ou igual a *x*.

Exemplo : [3,2] = 3; [4] = 4; [-2,5] = -3.