## XXXII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
## PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (6º. ou 7º. anos)
## GABARITO

**GABARITO NÍVEL 1**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) D | 6) B | 11) D | 16) E |
| 2) B | 7) E | 12) B | 17) C |
| 3) D | 8) E | 13) D | 18) A |
| 4) D | 9) C | 14) E | 19) B |
| 5) B | 10) D | 15) A | 20) D |

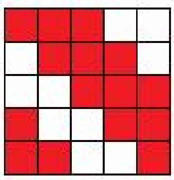
- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site: www.obm.org.br**

**1. Resposta:**
Todo múltiplo de 15 é múltiplo de 3 e de 5, mas 785 não é múltiplo de 3 porque a soma de seus algarismos é 7 + 8 + 5 = 20, que não é múltiplo de 3. Assim, 785 não é múltiplo de 15.

**2. Resposta:**
Sejam $A$, $E$ e $L$, respectivamente, as quantidades de dinheiro, em reais, que Ana, Esmeralda e Lúcia possuem. Sabemos que $A + E + L = 33$, $A + E = 19$ e $E + L = 21$. Portanto, podemos calcular $E$ da seguinte forma: $E = (A + E) + (E + L) - (A + E + L) = 19 + 21 - 33 = 7$.

**3. Resposta:**
Se 2% de um número é igual a 1, então esse número é 50. Seu sucessor é 51, portanto a soma de ambos é 101.

**4. Resposta:**
Cada linha ou coluna pode conter no máximo 3 fichas, então o máximo de fichas possíveis é 15. O exemplo a seguir mostra que esse máximo é atingido.



**5. Resposta:**
Cada "andar" de blocos possui 4 blocos. Com $4 \cdot 502 + 2 = 2010$ blocos, podemos formar 502 andares de blocos completos e mais um andar incompleto, totalizando $503 \cdot 1{,}5\text{cm} = 754{,}5\text{cm}$ de altura. Esse valor corresponde a 7,545m e está mais próximo de 7,5m.

**6. Resposta:**
Qualquer divisor positivo de $3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3 = 2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^3$ deve ter a forma $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, com $a$, $b$ e $c$ inteiros, $0 \le a \le 8$, $0 \le b \le 5$ e $0 \le c \le 3$. Apenas $45 = 2^0 \cdot 3^2 \cdot 5^1$ é dessa forma. Cada um dos outros números possui um fator primo diferente de 2, 3 e 5.

**7. Resposta:**

$$\frac{4^{\left(4^2\right)}}{4^4} = 4^{4^2-4} = 4^{16-4} = 4^{12}$$

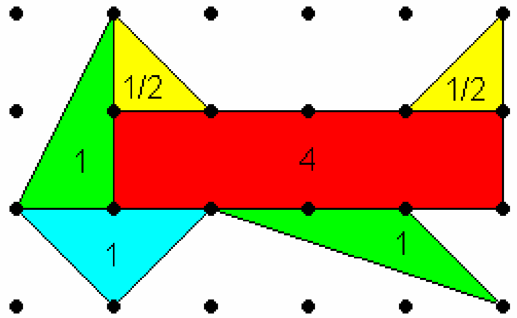
**8. Resposta:**
Somar os números de todas as faces visíveis é o mesmo que somar todos os números dos dois dados exceto os dois que estão em faces coladas, então a soma será $2(1+2+3+4)-a-b$, onde $a$ e $b$ são os números nas faces coladas. Essa soma é igual a $20-a-b$, que pode assumir qualquer valor entre 12 ($a = b = 4$) e 18 ($a = b = 1$), portanto nunca será 19.

**9. Resposta:**
Um divisor positivo de $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ é da forma $2^a 3^b 5^c$, com $0 \le a \le 3$, $0 \le b \le 1$ e $0 \le c \le 1$ inteiros. Além disso, para que esse divisor seja múltiplo de 6, é preciso que $1 \le a \le 3$, $b = 1$ e $0 \le c \le 1$. Temos 3 possibilidades para o expoente $a$, 1 possibilidade para o expoente $b$ e 2 possibilidades para o expoente $c$, que podem ser combinadas de todas as formas. Assim, temos $3 \cdot 1 \cdot 2 = 6$ números.

**10. Resposta:**
Para calcular o perímetro da figura, conte o perímetro dos dois quadrados, que é igual a $4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 = 44cm$ e desconte o perímetro do retângulo formado pela sobreposição das áreas, que é $2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 6cm$ Essa diferença é $38cm$.

**11. Resposta:**
Ao passar 1 hora real, o relógio fica 5 minutos atrasado, que é 1/12 do tempo real que se passou. Depois de se atrasar 12 horas, o relógio vai novamente apresentar a hora correta, pois todos os ponteiros se atrasam uma quantidade inteira de voltas. Assim, é preciso de 12 vezes o período de 12 horas até que o relógio volte a apresentar um horário correto, que é igual a 6 dias.

**12. Resposta:**



Dividindo a área sombreada em 5 triângulos e 1 retângulo, podemos calcular cada área de forma rápida, conforme indicado na figura, pois as bases e as alturas são paralelas às retas determinadas por pontos vizinhos. Somando todos os valores, obtemos $8\text{cm}^2$.

**13. Resposta:**
Todo gol marcado por um time conta também como gol sofrido por outro time, assim a quantidade total de gols marcados é igual à quantidade total de gols sofridos. Sendo $x$ a quantidade de gols sofridos pelo Esmeralda *FC,* o *EC* Boleiros sofreu $x - 2$ gols. Assim:

$$8 + 1 + 4 + 5 = 4 + 6 + x + x - 2 \Leftrightarrow 18 = 8 + 2x \Leftrightarrow x = 5$$

**14. Resposta:**
Quando Ana andar 3/4 da escada, Beatriz terá andado 1/4 da mesma. Isso significa que Ana é três vezes mais rápida para descer do que Beatriz para subir. Quando Ana andar mais 1/4 da escada e terminar, Beatriz terá andado mais um terço disso, que é 1/12. Assim, Beatriz andou 4/12 da escada, então ainda terá que subir 8/12 = 2/3 dela.

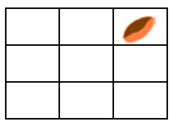
**15. Resposta:**
Como a soma dos números é 83, que é ímpar, um deles é ímpar. Sendo a única potência de 2 ímpar igual a 1, o menor número é 1.

**16. Resposta:**
Da sala, $\frac{3}{4} \cdot 56 = 42$ alunos gostam de Matemática e $\frac{5}{7} \cdot 56 = 40$ alunos gostam de Português. Como são, no total, 56 alunos, cada um gostando de pelo menos uma das matérias, 42 + 40 – 56 = 26 gostam de ambas matérias.

**17. Resposta:**
Do desenho dado, cada lado do tabuleiro mede pelo menos 3 e, sendo o quadradinho do canto preto, a quantidade de quadradinhos pretos é igual a 17, se a área do tabuleiro é par, e 18, se a área é ímpar. No primeiro caso, a área é $17 + 17 = 34 = 2 \cdot 17,$ o que não é possível; no segundo caso, a área é $17 + 18 = 35 = 5 \cdot 7,$ e o tabuleiro tem dimensões 5 e 7.

**18. Resposta:**
Quem deixar a barra de chocolate no formato a seguir obriga o outro a comer o amendoim:

Se Elias pegar a coluna mais à esquerda, o chocolate vira um quadrado de lado 3:



A partir de agora, se Fábio pegar a coluna à esquerda, Elias pega a linha de baixo e não come o amendoim. Se Fábio pegar as duas colunas da esquerda, Elias pega as duas linhas

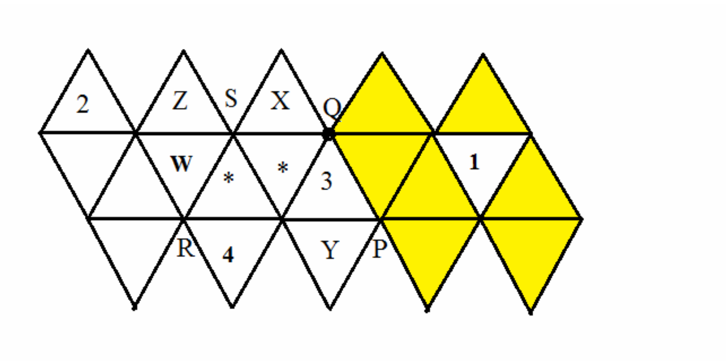
de baixo e não come o amendoim. Um raciocínio análogo demonstra que Fábio também fica com o amendoim se pegar as colunas de baixo.
Qualquer outra repartição inicial de Elias permite que Fábio deixe apenas o amendoim ou o chocolate quadrado de lado 2, o que também obriga Elias a ficar com o amendoim. Assim, Elias precisa começar da coluna mais à esquerda.

**19. Resposta:**
Se a afirmação falsa fosse de Cernaldo ou de Dernaldo, significaria que Arnaldo e Bernaldo fizeram afirmações verdadeiras. Mas se Bernaldo tivesse todas as cartas vermelhas, só haveria 3 números disponíveis para Arnaldo pegar. Então, a afirmação falsa só pode ser de Arnaldo ou de Bernaldo.
Se a afirmação falsa foi de Arnaldo, Bernaldo deve ter as 5 cartas vermelhas, então sobram as 5 cartas verdes para Cernaldo. Mas assim não há como Dernaldo possuir 3 cartas de um mesmo número. A afirmação falsa não pode ser de Arnaldo.
Se a afirmação falsa foi de Bernaldo, então podemos montar a seguinte tabela de cartas e assinalar a inicial de quem possui cada uma:

| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Azul** | A | B | B | D | D |
| **Amarelo** | A | B | B | D | D |
| **Verde** | A | C | C | B | D |
| **Vermelho** | A | C | C | C | A |

Assim, só Bernaldo pode ter feito a afirmação falsa.

**20. Resposta:**




As faces destacadas, partilham um vértice com a face marcada com 1, portanto não podem ser iguais a 1. Assim, observando o vértice $P$, $Y = 1$. Logo as casas marcadas com * são 2 e 5, em alguma ordem, e, observando o vértice $Q$, $X = 1$.
Por fim, no vértice $R$, $W \neq 4$, de modo que $Z = 4$.