

XXIX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
Primeira Fase – Nível 2  
(7ª. e 8ª. séries)

Esta prova também corresponde à prova da Primeira  
Fase da Olimpíada Regional nos Estados de :  
AL – BA – ES – GO – PA – PI – RN – RS – SC

16 de junho de 2007

A duração da prova é de 3 horas.  
Cada problema vale 1 ponto.  
Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.  
Você pode solicitar papel para rascunho.  
Entregue apenas a folha de respostas.

01) Observe as multiplicações a seguir:

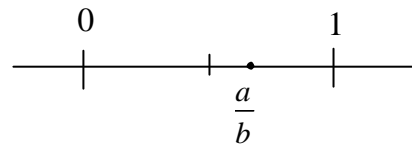
$$\begin{aligned}101 \times 11 &= 1111 \\101 \times 111 &= 11211 \\101 \times 1111 &= 112211 \\101 \times 11111 &= 1122211 \\&\dots\end{aligned}$$

Qual é a soma dos algarismos do número obtido quando multiplicamos 101 pelo número

$\underbrace{11111\dots11}_{2007 \text{ algarismos}}?$

- A) 1001      B) 2007      C) 2009      D) 4008      E) 4014

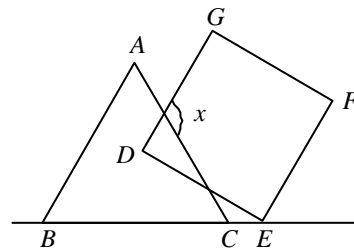
02) A fração  $\frac{a}{b}$ , onde  $a$  e  $b$  são inteiros positivos, representa um número entre 0 e 1, na posição indicada no desenho ao lado. Qual é um possível valor para a soma  $a + b$ ?



- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

03) Na figura, o lado  $\overline{AB}$  do triângulo equilátero  $ABC$  é paralelo ao lado  $\overline{DG}$  do quadrado  $DEFG$ . Qual é o valor do ângulo  $x$ ?

- A)  $80^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $100^\circ$       D)  $110^\circ$   
E)  $120^\circ$



04) Em uma certa cidade, a razão entre o número de homens e mulheres é  $2 : 3$  e entre o número de mulheres e crianças é  $8 : 1$ . A razão entre o número de adultos e crianças é:

- A)  $5 : 1$       B)  $16 : 1$       C)  $12 : 1$       D)  $40 : 3$       E)  $13 : 1$

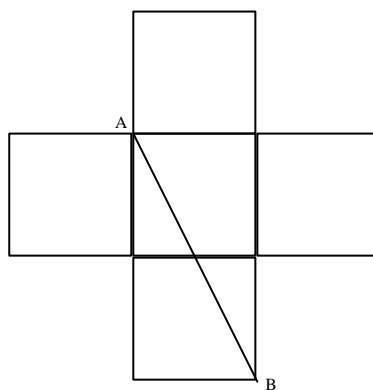
**05)** Em uma prova de olimpíada, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema, mas cometeram algum erro, e os restantes, 156 estudantes, resolveram todos os problemas corretamente. O número de estudantes que participaram da olimpíada foi:

- A) 200      B) 260      C) 93      D) 223      E) 300

**06)** Se  $N$  é o quadrado do quadrado de um número inteiro e tem 12 como fator, o menor valor para  $\frac{N}{12}$  é:

- A) 3      B) 12      C) 36      D) 54      E) 108

**07)** O jardim da casa de Maria é formado por cinco quadrados de igual área e tem a forma da figura abaixo. Se  $AB = 10$  m, então a área do jardim em metros quadrados é:



- A) 200      B)  $10\sqrt{5}$       C) 100      D)  $\frac{500}{3}$       E)  $\frac{100}{3}$

**08)** Sejam  $a, b, c$  e  $k$  números reais diferentes de zero satisfazendo as relações

$$k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}. \text{ Qual é o número de possíveis valores que } k \text{ pode assumir?}$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

**09)** Doze pontos estão sobre um círculo. Quantos polígonos convexos podemos formar com vértices nesses 12 pontos?

- A) 4017      B) 220      C) 4095      D) 66      E) 3572

**10)** De quantas maneiras diferentes podemos escrever o número 2007 como soma de dois ou mais números inteiros positivos e consecutivos?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**11)** As equações do 2º grau  $2007x^2 + 2008x + 1 = 0$  e  $x^2 + 2008x + 2007 = 0$  têm uma raiz comum. Qual é o valor do produto das duas raízes que não são comuns?

- A) 0      B) 1      C) 2007      D) 2008      E) 2007

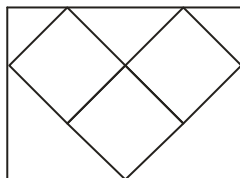
**12)** Qual é o máximo valor que o número  $a(b+c) - b(a+c)$  pode assumir se  $a, b$  e  $c$ , são inteiros satisfazendo  $1 \leq a \leq 10$ ,  $1 \leq b \leq 10$  e  $1 \leq c \leq 10$ ?

- A) 80      B) 81      C) 84      D) 90      E) 100

13) A quantidade de inteiros  $x$  com três dígitos tais que  $6x$  e  $7x$  possuem a mesma quantidade de dígitos é:

- A) 767      B) 875      C) 876      D) 974      E) 975

14) A figura abaixo é formada por três quadrados de lado 1 e um retângulo que os contorna.



A área do retângulo é:

- A)  $3\sqrt{2}$       B)  $4\sqrt{2}$       C) 6      D)  $6\sqrt{2}$       E) 8

15) Se  $x$  é real positivo e  $1 + (x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = 181^2$ , então o valor de  $x(x + 3)$  é:

- A) 180      B) 150      C) 120      D) 182      E) 75

16) A figura abaixo mostra um retângulo, um pentágono, um triângulo e um círculo, com áreas respectivamente 121, 81, 49 e 25 centímetros quadrados. A diferença entre a área preta e a área cinza, em centímetros quadrados, é:



- A) 25      B) 36      C) 49      D) 64      E) 81

17) As seguradoras de automóveis A e B cobram um valor anual (prêmio) mais um valor que o usuário deve pagar em caso de acidente (franquia). Jean quer fazer um seguro para seu automóvel e recebeu as seguintes propostas das seguradoras:

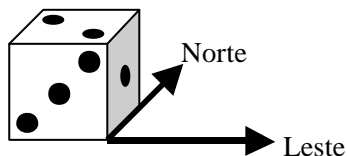
Seguradora A: Prêmio anual de R\$ 1500,00 e franquia de R\$ 1400,00

Seguradora B: Prêmio anual de R\$ 1700,00 e franquia de R\$ 700,00

Para valer a pena Jean contratar a Seguradora A, ele não deve se acidentiar com o carro por pelo menos  $N$  anos. O valor de  $N$  é:

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

18) O desenho abaixo mostra um dado comum cujas somas das pontuações em faces opostas é sempre igual a 7. Ele é colocado em uma mesa horizontal com a face “1” voltada para Leste. O dado é, então, movido quatro vezes.



Um movimento consiste em uma rotação de  $90^\circ$  em relação a uma aresta. Depois do primeiro movimento a face em contato com a mesa passa a ser a “1”, depois a “2”, então a “3” e, finalmente, a face “5”. Para que sentido está voltada a face “1” após esta seqüência de movimentos?

- A) Oeste      B) Leste      C) Norte      D) Sul      E) Cima

19) Uma avenida possui 100 prédios numerados de 1 a 100, onde prédios com numeração par se situam do lado direito da rua e prédios com numeração ímpar se situam no lado esquerdo. A quantidade de andares de cada prédio é igual à soma dos algarismos do número correspondente ao prédio. Assim, podemos afirmar que:

- A) A quantidade de prédios com mais de 10 andares é maior do lado direito da rua.
- B) A quantidade de prédios com menos de 5 andares é maior do lado direito da rua.
- C) Pelo menos metade dos prédios possui 10 ou mais andares.
- D) Em ambos os lados da rua há a mesma quantidade de prédios com exatos 8 andares.
- E) Pelo menos 25% dos prédios possui menos de 5 andares.

20) Qual o menor perímetro inteiro possível de um triângulo que possui um dos lados com medida igual a  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  ?

- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

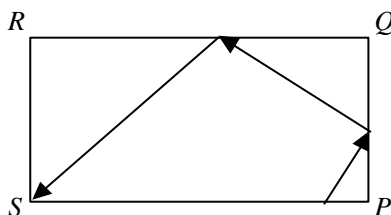
21) Determine em qual dos horários abaixo o ângulo determinado pelos ponteiros de um relógio é o menor.

- A) 02h30                  B) 06h20                  C) 05h40                  D) 08h50                  E) 09h55

22) O máximo divisor comum entre os números 1221, 2332, 3443, 4554,....., 8998 é:

- A) 3                      B) 33                      C) 37                      D) 11                      E) 101

23) Uma mesa de bilhar tem dimensões de 3 metros por 6 metros e tem caçapas nos seus quatro cantos  $P, Q, R$  e  $S$ . Quando uma bola bate na borda da mesa, sua trajetória forma um ângulo igual ao que a trajetória anterior formava.



Uma bola, inicialmente a 1 metro da caçapa  $P$ , é batida do lado  $SP$  em direção ao lado  $PQ$ , como mostra a figura. A quantos metros de  $P$  a bola acerta o lado  $PQ$  se a bola cai na caçapa  $S$  após duas batidas na borda da mesa?

- A) 1                      B)  $\frac{6}{7}$                       C)  $\frac{3}{4}$                       D)  $\frac{2}{3}$                       E)  $\frac{3}{5}$

24) Considere todos os números  $abc$  de três algarismos onde  $b = a^2 + c^2$  e  $a \neq 0$ . A diferença entre o maior e o menor destes números é um número:

- A) Múltiplo de 3    B) Primo
- C) Com último algarismo igual a 7                      D) Cuja soma dos algarismos é 10
- E) Múltiplo de 7

25) Seja  $\{a_n\}$  uma seqüência na qual cada termo é definido como o dobro da soma dos algarismos do termo anterior, mais uma unidade. Por exemplo, se  $a_n = 234$ , então  $a_{n+1} = 2(2 + 3 + 4) + 1$ .

Se,  $a_1 = 1$  o valor de  $a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35}$  é igual a:

- A) 44                      B) 54                      C) 64                      D) 77                      E) 84