

XXXIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Primeira Fase – Nível 2
8º ou 9º ano

Esta prova também corresponde à prova da Primeira Fase da Olimpíada Regional nos Estados de:
AL – BA – MG – PA – RS – RN – SC

18 de junho de 2011

A duração da prova é de 3 horas.

Cada problema vale 1 ponto.

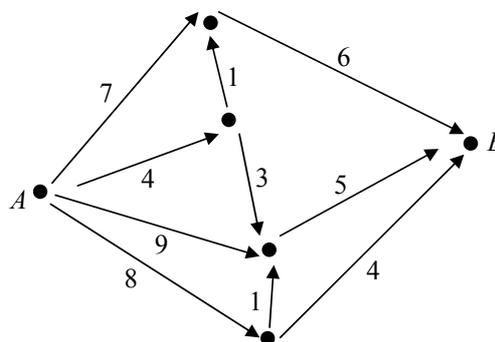
Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros ou ainda o uso do telefone celular.

Você pode solicitar papel para rascunho.

Entregue apenas a folha de respostas.

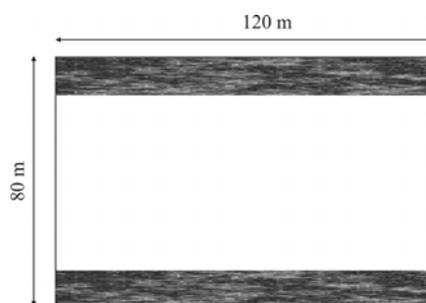
Ao participar o aluno se compromete a não divulgar o conteúdo das questões até a publicação do gabarito no site da OBM.

1) A figura ao lado representa um mapa de estradas. Os números escritos nas setas indicam quanto de pedágio um viajante deve pagar ao passar pela estrada. Todas as estradas são de mão única, como indicam as setas. Qual o valor mínimo de pedágio pago por um viajante que sai da cidade *A* e chega na cidade *B*?



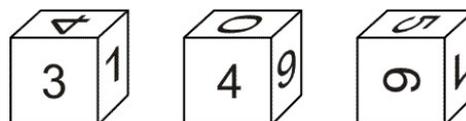
- A) 11 B) 14 C) 12
D) 10 E) 15

2) O pai de Esmeralda comprou um terreno retangular de 120 metros de comprimento por 80 metros de largura. Devido a leis ambientais, ele deve plantar árvores em 20% do terreno. Ele faz isso plantando-as em duas faixas de mesma largura nas laterais do terreno, conforme mostra a figura. Qual é essa largura?



- A) 6m B) 8m C) 10m
D) 16m E) 24m

3) No desenho ao lado, três cubos iguais estão apoiados sobre uma mesa. Cada cubo tem as faces numeradas por 0, 1, 3, 4, 5, 9, onde cada número aparece exatamente uma vez. Qual é a soma dos números das faces em contato com a mesa?



- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10
E) 12

4) Qual é o valor da expressão $20112011^2 + 20112003^2 - 16 \times 20112007$?

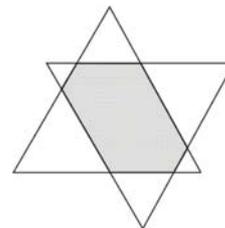
- A) 2×20112007^2 B) 2×20112003^2 C) 2×20112007
D) 2×20112003 E) 2×20112011^2

5) Quantos triângulos não congruentes de perímetro 7 têm todos os lados com comprimentos inteiros?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6) Dois triângulos equiláteros de perímetro 36 cm cada são sobrepostos de modo que a região comum dos triângulos seja um hexágono com pares de lados paralelos, conforme a figura ao lado. Qual é o perímetro desse hexágono?

- A) 12cm B) 16cm C) 18cm D) 24cm
E) 36 cm



7) Qual é o produto da quantidade de vogais pela quantidade de consoantes na alternativa correta? (Não considere as letras A, B, C, D, E das alternativas na contagem.)

- A) Vinte e quatro. B) Trinta e seis. C) Quarenta e dois. D) Quarenta e oito.
E) Cinquenta e seis.

8) Luca comprou um gibi por R\$4,63 e pagou com uma nota de R\$5,00. De quantas maneiras ele pode receber seu troco de 37 centavos, com moedas de 1, 5, 10 e 25 centavos? Suponha que há muitas moedas de cada tipo.

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 24 E) 25

9) Quantos números inteiros positivos menores que 30 têm exatamente quatro divisores positivos?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10) Em um triângulo ABC com $m(\hat{A}BC) - m(\hat{B}AC) = 50^\circ$, a bissetriz do ângulo $\hat{A}CB$ intersecta o lado AB em D . Seja E o ponto do lado AC tal que $m(\hat{C}DE) = 90^\circ$. A medida do ângulo $\hat{A}DE$ é:

- A) 25° B) 30° C) 40° D) 45° E) 50°

11) Subtraindo um mesmo número do numerador e do denominador da fração $\frac{13}{14}$, obtemos a

fração $\frac{14}{13}$. A soma dos algarismos desse número é:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

12) Se multiplicarmos todos os inteiros positivos menores que 2011 que não são múltiplos de 5, qual será o algarismo das unidades do número obtido?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

13) Seja XOY um triângulo retângulo com $\hat{XOY} = 90^\circ$. Sejam M e N os pontos médios de OX e OY , respectivamente. Dado que $XN = 19$ e $YM = 22$, determine a medida do segmento XY .

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

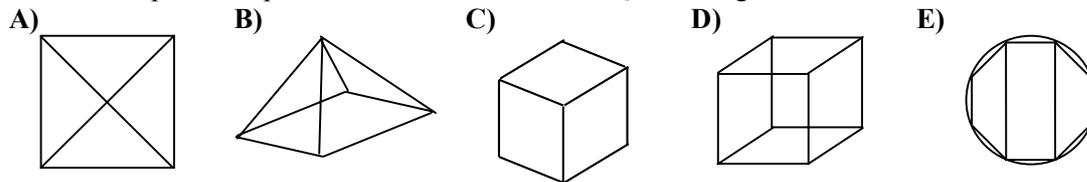
14) Safira rasgou uma folha de papel em n pedaços e, em seguida, pegou um desses pedaços e rasgou também em n pedaços. Não satisfeita, ela pegou um desses últimos pedaços e também rasgou em n pedaços. Qual dos números a seguir pode representar a quantidade final de pedaços em que Safira rasgou a folha?

- A) 15 B) 26 C) 28 D) 33 E) 36

15) Qual é a maior quantidade de números do conjunto $\{1,2,3,\dots,20\}$ que podemos escolher de modo que nenhum deles seja o dobro do outro?

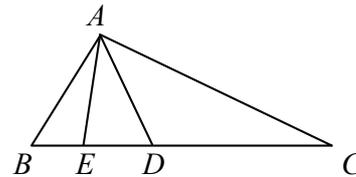
- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

16) Topázio desenhou cada figura a seguir, exceto uma, tirando o lápis do papel exatamente uma vez e nunca passando pela mesma linha duas vezes. Qual das figuras abaixo ela **não** desenhou?



17) No triângulo ABC , os pontos D e E pertencem ao lado BC e são tais que $BD = BA$ e $CE = CA$. Dado que $m(\hat{DAE}) = 40^\circ$, quanto mede, em graus, o ângulo \hat{BAC} ?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110
E) 120



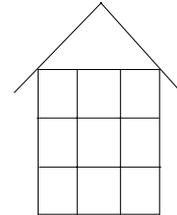
18) Em um teste de múltipla escolha com 24 problemas, cada um pode receber uma das seguintes pontuações: 4 pontos se a resposta é correta, menos 1 ponto se a resposta é incorreta e 0 ponto se a resposta está em branco. Sabendo que um estudante recebeu exatamente 52 pontos, qual o número máximo de respostas corretas que ele pode ter obtido?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

19) A calculadora de Esmeralda está quebrada: quando ela aperta o botão $\sqrt{\quad}$, a calculadora faz, ao acaso, uma das duas seguintes operações: tirar a raiz quadrada (como deveria fazer) ou dividir o número por 100 (como não deveria fazer). Esmeralda digitou o número 201120112011 na calculadora e começou a apertar o botão $\sqrt{\quad}$ repetidamente. Quantas vezes, no máximo, Esmeralda aperta o botão até aparecer pela primeira vez um número menor que 2?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

20) Renan quer pintar os quadradinhos da figura ao lado, usando até três cores diferentes, de modo que quadradinhos que compartilham um lado em comum possuam cores diferentes. Quantas pinturas distintas Renan poderá fazer?



- A) 3^9 B) 246 C) 178 D) 150 E) 120

21) No Planeta Nórdia, existem três espécies de nerds: ET-nerds, UFO-nerds e OVNI-nerds. A primeira mente quando chove e diz a verdade quando não chove; a segunda sempre mente; a terceira sempre diz a verdade. Certo dia Bruberson, um nerd muito camarada, se encontra com quatro nerds. E eles falam:

X: "Hoje está chovendo."

Y: "O nerd que acabou de falar está mentindo."

Z: "Hoje não está chovendo."

W: "O primeiro nerd mentiu ou eu sou um ET-nerds."

Com quantos ET-nerds Bruberson falou no máximo?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

22) Qual é o primeiro dígito não nulo após a vírgula na representação decimal da fração $\frac{1}{5^{12}}$?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 7

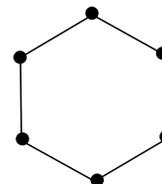
23) Esmeralda tem 2011 balas e quer colocá-las em fileiras, cada fileira com a mesma quantidade de balas. Ela estabelece que tanto a quantidade de fileiras como a quantidade de balas em cada fileira devem ser maiores do que 32. Ela sabe que não consegue fazer isso com 2011 balas, pois 2011 é primo, então faz isso com a maior quantidade de balas que puder usar e dá as balas que sobraem para Jade. Quantas balas Jade ganhou?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 11

24) Uma circunferência passando pelos vértices B , A , D do paralelogramo $ABCD$ encontra o segmento CD em Q . Sabendo que $m(\hat{BAD}) = 60^\circ$ e $AD = 10$, o tamanho do segmento CQ é:

- A) 10 B) 20 C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D) $10\sqrt{3}$ E) 15

25) Rosa escreveu os números de 1 a 6 nos vértices do hexágono ao lado. Em seguida, para cada lado do hexágono, ela multiplicou os números escritos nas suas extremidades, obtendo seis números. Qual o valor mínimo da soma dos seis números obtidos?



- A) 69 B) 58 C) 59 D) 61 E) 57