XXXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (6º. e 7º. anos)
GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

1) E	6) D	11) D	16) B
2) A	7) C	12) E	17) A
3) B	8) A	13) C	18) E
4) D	9) E	14) C	19) B
5) A	10) B	15) B	20) A

- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site: www.obm.org.br**

1) (E) Para pagar com a menor quantidade de moedas possíveis, Laurinha deverá utilizar o maior número de notas possíveis. Logo, ela deverá usar 2 notas de 10 reais, restando-lhe 3 reais que deverão ser pagos em moedas de 10 centavos.

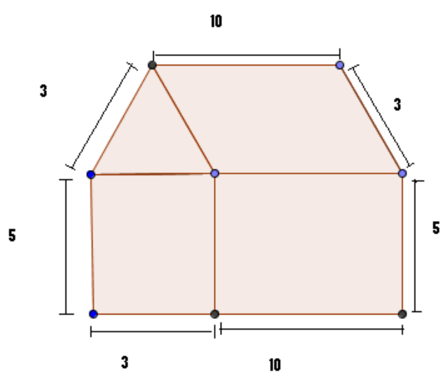
Desse modo, a quantidade de moedas de 10 centavos que ela usou foi:

$$3{,}00 \div 0{,}10 = 3 \div \frac{1}{10} = 3 \times 10 = 30.$$

2) (A) $0{,}1^2 + 0{,}2^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{1}{100} + \frac{4}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

3) (B) Se um número é múltiplo de 9, então em particular é múltiplo de 3. Ou seja, é da forma 3k, k inteiro positivo. Um dos divisores desse número é k. Como k é menor do que $3k$, e 9 é o maior divisor de $3k$ que é diferente de $3k$, então $k \le 9$, ou seja, $3k \le 27$.
Os múltiplos de 9 nessas condições são o 9, o 18 e o 27. Mas apenas o 18 e o 27 satisfazem as condições do problema.

4) (D) Com as figuras recortadas podemos reconstruir o hexágono da seguinte forma:



Logo o perímetro desse hexágono, em cm, é:

$$5 + 3 + 10 + 5 + 3 + 10 + 3 = 39$$

5) (A) Seja d a distância, em quilômetros, que falta para Paulinho chegar.

Sabendo que 20min = 1/3h, pelo enunciado, temos:

$$d \div \frac{1}{3} = 18 \Leftrightarrow 3d = 18 \Leftrightarrow d = 6km$$

6) (D) Em 1 ano há 52 semanas e 1 dia.

Pelo enunciado, a cada semana Ricardo toma 3 comprimidos. Logo, em um ano ele poderá tomar no máximo 52 × 3 + 1 = 157 comprimidos.

Como cada caixa possui 20 comprimidos, então, em 1 ano, Ricardo precisará de 157/20 = 7,85 caixas. Assim, Ricardo deverá comprar pelo menos 8 caixas num ano.

7) (C) Separando as figuras, obtemos:

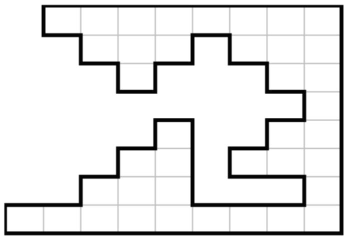


Figura 1

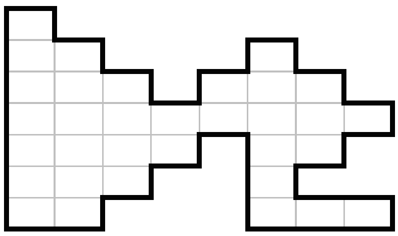


Figura 2

O perímetro da primeira é 62cm e o perímetro da segunda é 44cm. Logo a diferença entre eles é 62 – 44 = 18cm.

8) (A) Sendo x metros o comprimento da pista, Esmeralda já percorreu $\frac{x}{3} + 200$ metros e ainda faltam percorrer mais 300m para que ela chegue a metade. Assim, $\frac{x}{3} + 200 + 300 = \frac{x}{2}$ $\Leftrightarrow x = 3000m = 3km$

9) (E) Decompondo o número 210 em fatores primos positivos, obtemos:

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

Sendo assim, podemos escrever o número 210 como o produto entre os números 2, 3, 5, 7 e 1.

Logo, para escrever esses números em cada casa vazia podemos permutá-los de modo que sempre o produto entre eles seja 210. Como esses números são todos diferentes, isto pode ser feito de $5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$ maneiras.

10) (B) A área total do terreno é a área do retângulo de lados 160m e 120m menos a área do retângulo de lados 50m e 60m, ou seja, $16\times200m^2$. Portanto, a área do terreno FEDCP deve valer metade, ou seja $8 \times 100\text{m}^2$, ou seja, devemos ter:

$$S_{FEDCP} = S_{FEDC} + S_{PFC} \Leftrightarrow 8100 = \frac{PF\cdot100}{2} + \frac{(160+60)\cdot70}{2} \Leftrightarrow PF = 8m$$

11) (D) Sejam p a quantidade de pregos, q a de parafusos e r a de ganchos, então:

$$\left|\begin{array}{l} p+3q+2r=24 \\ 2p+5q+4r=44 \end{array}\right.$$

Somando as duas equações, temos $3p + 8q + 6r = 68$.

E a compra da Juquinha pesou $12p + 32q + 24r = 4(3p + 8q + 6r) = 4 \times 68 = 272$g.

12) (E) O modo de cortar o bolo produzindo o maior número de pedaços fazendo apenas 7 cortes paralelos aos lados do retângulo é fazer 3 cortes numa direção e 4 em outra, totalizando 20 pedaços. Como um pedaço é de Suzana, o número máximo de amigos que receberam um pedaço do bolo é 19.

13) (C) A porcentagem de usuários da Internet de 55 anos ou mais que usam Linkedin é de 32%. Como 20% dos usuários tem 55 anos ou mais, então a porcentagem pedida é 32% × 20%.

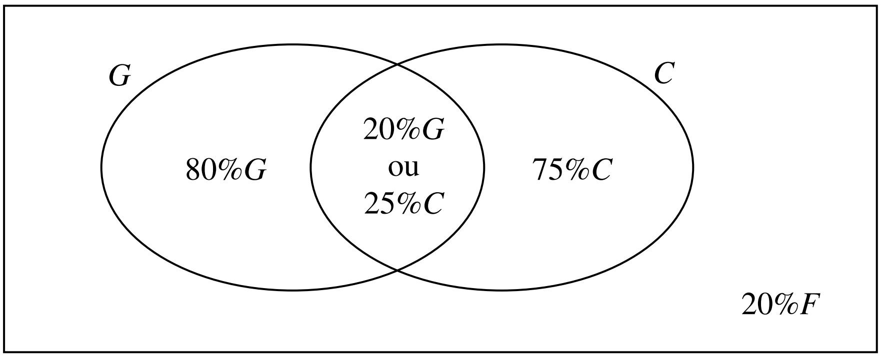
14) (C) Como letras iguais representam dígitos iguais, temos: $\dfrac{M^2\times A\times T\times E}{A^2\times T\times I\times C} = \dfrac{M^2\times E}{A\times I\times C}$.

Para que essa expressão tenha o maior valor, o numerador deve ser formado pelos maiores dígitos (com M > E) e o denominador deve ser formado pelos menores. Logo, M = 9, E = 8 e A.I.C = 3.2.1. Portanto, a expressão resulta em $\dfrac{9^2\times8}{1\times2\times3} = \dfrac{81\times8}{6} = 108$.

15. (B) Devem ser somados, no mínimo, 70 números atraentes para obter 2012. Podemos escrever 2012 = 63 × 31 + 4 × 13 + 2 × 3 + 1 × 1 onde vemos 63 + 4 + 2 + 1 = 70 números atraentes em sua soma.

16) (B)

Sendo F, G e C o número de famílias, o número de famílias que possuem gatos e o número de famílias que possuem cachorros, respectivamente, temos que:



O total de famílias que possuem algum dos dois animais é 80% do total de famílias (80%F). Logo o número de famílias que possuem gatos mais o número de famílias que possuem somente cachorros é igual a 80% das famílias, ou seja:

$80\%G + 20\%G + 75\%C = 80\%F \Leftrightarrow 100\%G + 75\%C = 80\%F \Leftrightarrow G + 75\%C = 80\%F$

Como $20\%G = 25\%C \Leftrightarrow G = 125\%C$, temos que:

$G + 75\%C = 80\%F \Leftrightarrow 125\%C + 75\%C = 80\%F \Leftrightarrow 200\%C = 80\%F \Leftrightarrow C = 40\%F$

Como 25% das famílias que possuem cachorros possuem também gatos, temos que:

$25\%C = 25\%(40\%F) = 10\%F$

Ou seja, 10% das famílias possuem gatos e cachorros.

17) (A) Rosinha pode montar as fileiras com 5 morangos e nenhuma jabuticaba; 4 morangos e 1 jabuticaba; 3 morangos e 2 jabuticabas e 2 morangos e 3 jabuticabas. No primeiro caso, há 1 modo de montar a fileira e no segundo há 5 casos. Sendo M morangos e J jabuticaba, no terceiro caso temos as seguintes possibilidades para fileira: MJMJM, MJMMJ, MMJMJ, JMMJM, JMJMM, JMMMJ e JMJMJ, ou seja, de 7 maneiras.

Logo Rosinha pode fazer 1 + 5 + 7 = 13 fileiras diferentes.

18) (E) Se iniciarmos com o 94 no primeiro ponto, teremos dois múltiplos de 4 marcados com balõezinhos (o 96 e o 100). O mesmo ocorre quando iniciamos com o 95 (aí o 96 e o 104 ficam marcados com balõezinhos), com 96 (aí o 96 e o 100 ficam marcados), com o 98 (aí é o 100 e o 104), com o 99 (aí é o 100 e o 108) e o 100 (aí é o 100 e o 104 que ficam marcados).

A única opção é iniciar com o 97 para termos três múltiplos de 4 marcados com balõezinhos (nesse caso os múltiplos marcados são o 100, o 104 e o 108). E nesse caso, o maior dos números indicados é o 108.

19) (B) Sem perda de generalidade, podemos supor que os lados das mesinhas menores medem 1 e, sendo assim, o perímetro da mesa maior deve ser 34 (as 4 mesas do canto contribuem com 2 lados cada). Sendo x e y ($x < y$) os lados da mesa maior, $2x + 2y = 34 \Leftrightarrow x + y = 17$. Observe que o menor valor para x é 3, pois devemos ter um "buraco" no meio da mesa. A tabela abaixo fornece as possibilidades para x e y:

x	y
3	14
4	13
5	12
6	11
7	10
8	9

Logo são 6 maneiras diferentes da professora arrumar as 30 mesinhas.

20) (A) Pode-se colocar o número 1, que é o menor disponível, no círculo cinza, como apresentado a seguir.