35ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (6º e 7º anos do Ensino Fundamental)
GABARITO

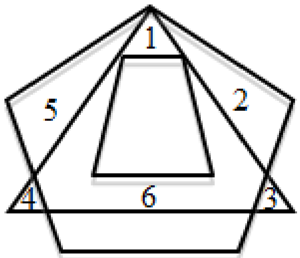
GABARITO NÍVEL 1

1) C	6) C	11) C	16) D
2) D	7) E	12) D	17) B
3) C	8) B	13) B	18) D
4) A	9) D	14) A	19) E
5) E	10) C	15) A	20) D

- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto (Total de pontos = 20 pontos)**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site da OBM: www.obm.org.br**

1) (C) O valor procurado é $2\times 24+3\times 13-4\times 15=48+39-60=27$.

2) (D) Os triângulos existentes estão numerados abaixo:



3) (C) Em dois sacos de laranja, há 10 kg de laranja. Como de cada quilo de laranja, 55% é suco, temos $\frac{55}{100}\times 10=5,5$ kg de suco. Como cada quilo de suco equivale a 900 ml de suco, temos $900\times 5,5=4950$ ml, que são 4,95 litros de suco.

4) (A) Vejamos que podemos completar o 1º desnível vertical usando 2 peças $1\times 1\times 2$ em pé e, assim, fazer com que o bloco tenha uma altura mínima três. Depois, podemos usar mais 6 peças $1\times 1\times 2$ em pé para completar o 2º desnível vertical e, assim, fazer com o que o bloco tenha uma altura mínima cinco. Por último, podemos usar 4 peças $1\times 1\times 2$ na horizontal para completar o bloco retangular. Assim, usou-se $2+6+4=12$.
Vale lembrar que esse valor é único, uma vez que o volume do paralelepípedo e o volume que falta completar são fixados.

5) (E) A primeira condição nos diz que $n\geq 55$ e a segunda que $n\leq 59$. Assim, teremos no máximo 8 múltiplos de 7 quando $n=56,57,58$ ou 59.

6) (C) Sendo M a fração da superfície ocupada por Mate e T a fração da superfície ocupada por Tica, temos que $M+T=\frac{1}{2}$ e $T=\frac{1}{4}(1-M)$. Logo, $M=1-4T$ e então $1-3T=\frac{1}{2}\Rightarrow T=\frac{1}{6}$.

7) (E) Após 12 segundos, a formiguinha retorna ao ponto A. Logo, após $2004=167\times 12$ segundos, a formiguinha estará de novo no ponto A. Após 2010 segundos, estará no vértice D e com isso, após 2013 segundos, estará no vértice E.

8) (B) Como há 30 círculos brancos no triângulo, temos que as linhas vão de 1 até 9 (repare que $30=2+4+6+8+1+2+3+4$). Logo, há $1+2+3+4+5=15$ círculos pretos.

9) (D) A sequência repete de 9 em 9 termos. Portanto, o 2007º termo, já que 2007 é múltiplo de 9, é igual a 912. Então, o 2013º termo é 678.

10) (C) Sendo n o número de sinais de adição escritos entre as parcelas somadas, temos que $(n+1).2013^{2013}=2013^{2014}\rightarrow n+1=2013\rightarrow n=2012$.

11) (C) Note que o aluno deve atentar para a diferença entre "é" e "pode ser". Se for "é", então necessariamente deve acontecer para todos os casos. Se for "pode ser", então deve existir pelo menos um exemplo em que acontece.

a) Falsa – por exemplo, 3 + 5 = 8 (3 é primo, 5 é primo, mas 8 não)

b) Falsa – por exemplo, $3^2+5^2=34$ (3 é primo, 5 é primo, mas 34 não)

c) Verdadeira – por exemplo, $1\cdot 2=2$.

d) Falsa – por exemplo, $3+3+5=11$ é uma soma de três primos resultando em um número primo.

e) Falsa – pois o produto de dois primos possui mais que dois divisores positivos.

12) (D) Comprando hoje o computador, Joana gastaria 1900 reais. Esperando o próximo dia, o preço do computador subiria para 2100 reais e ela gastaria $\frac{95}{100}\times 2100=1995$ reais. Assim, ela perderia 95 reais.

13) (B) Sendo x o número de adultos e y o número de crianças no jogo, temos que $7,5x+2,5y=3000\Rightarrow 3x+y=1200\Rightarrow y=1200-3x$.Como $x+y<600$, $x+1200-3x<600\Rightarrow x>300$. Logo, havia pelo menos 301 adultos pagantes. De fato, um exemplo é tomarmos 301 adultos e 207 crianças.

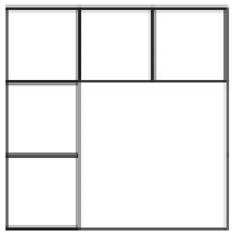
14) (A) Convertendo os lados o quadrado pela escala dada, concluímos que as dimensões reais do dormitório são $10\times 45cm$ e $6\times 45cm$. Multiplicando ambos os valores obtemos $121500\ cm^2=12{,}15\ m^2$.

15) (A) Como o número de votos é igual ao número de alunos e os quatro candidatos além de Pedrinho receberam números diferentes de votos, temos que o número mínimo de alunos da sala é $10+0+1+2+3=16$.

16) (D) Sendo A, B, C, D os números dos meses em que Ana, Beatriz, Cristina e Dalva nasceram, respectivamente, temos que $D = A + 2$, $D = C - 4$ e $B = D + 8$. Assim, temos que $A = D - 2$, $B = D + 8$ e $C = D + 4$. Daqui, concluímos que $A \geq 1 \rightarrow D \geq 3$ e que $B \leq 12 \rightarrow D \leq 4$. E isso nos dá duas possibilidades:
- Ana nasceu em janeiro, Beatriz em novembro, Cristina em julho e Dalva em março.
- Ana nasceu em fevereiro, Beatriz em dezembro, Cristina em agosto e Dalva em abril.
Pelo enunciado, no qual uma delas nasceu em março, concluímos, portanto, que esta só pode ser Dalva.

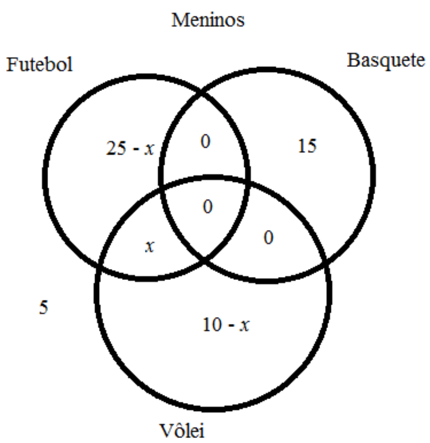
17) (B) Temos que $2013 = 3 \times 11 \times 61$. Como o número 50 está na segunda coluna, o quadriculado retangular possui 33 linhas e 61 colunas. Assim, ao fim da 30ª coluna, escrevemos $33 \times 30 = 990$ números. Portanto, o número 1000 será escrito na 31ª coluna.

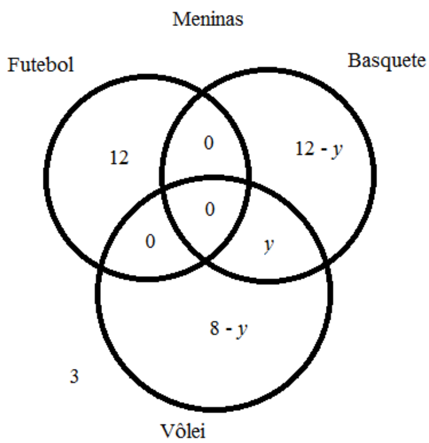
18) (D) A divisão buscada é a seguinte:



Veja que temos cinco quadrados de lado 4 e um quadrado de lado 8. Logo, a soma dos perímetros é $5 \times 16 + 32 = 112$ cm.

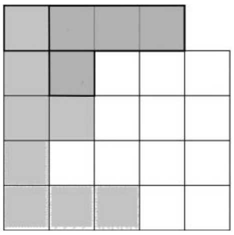
19) (E) Temos os seguintes diagramas:



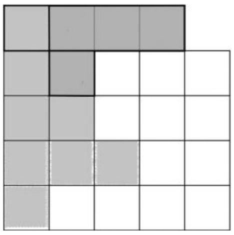


Logo, o número de meninos na escola é $55 - x$ e o número de meninas na escola é $35 - y$. Assim, o número de alunos na escola é $90 - x - y$. Temos ainda que $x \leq 10$ e $y \leq 8$. Logo, a escola possui pelo menos $90 - 10 - 8 = 72$ alunos.

20) (D) Notemos que só há um jeito de preencher o quadrado do esquerdo e alto, conforme mostrado na figura ao lado.
Para preencher o próximo, observando o lado esquerdo, há duas opções conforme mostrado abaixo:

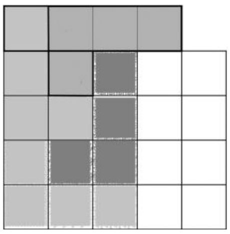


(caso 1)

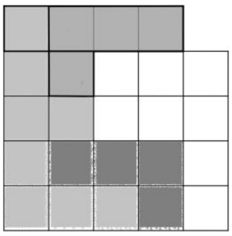


(caso 2)

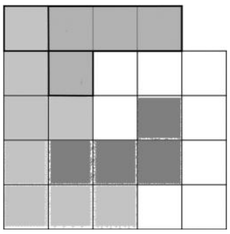
Vejamos que o caso 1 pode ser dividido em outros três subcasos:



(caso 1.1)



(caso 1.2)



(caso 1.3)

Note que o casos 1.1, 1.2 e 1.3 possuem exatamente 2, 1 e 1 formas de completar, respectivamente. Já o caso 2 possui uma forma de completar. Portanto, somando tudo, temos 5 formas de completar o tabuleiro com tais peças.