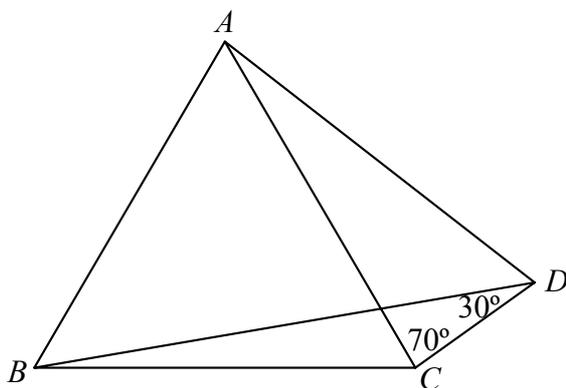


XXXIII OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 2 (8º ou 9º ano)

PARTE A
(Cada problema vale 4 pontos)

01. Sejam a e b números reais não nulos tais que a equação $x^2 + ax + b = 0$ possui soluções a e b . Determine $a - b$.
02. Quantos números compostos de dois algarismos distintos podem ser formados usando os algarismos 2, 3, 4, 5 e 6?
03. O triângulo ABC é retângulo em B . As bissetrizes interna e externa do ângulo $B\hat{A}C$ cortam a reta BC em D e E , respectivamente. Dado que $AD = 360$ e $AE = 480$, determine a medida do lado AB .
04. O número 7, quando elevado à quarta potência, termina com 01: $7^4 = 2401$. Quantos são os números de dois algarismos que, quando elevados à quarta potência, terminam com 01?
05. Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero, o ângulo $B\hat{D}C$ mede 30° e o ângulo $A\hat{C}D$ mede 70° . Determine, em graus, a medida do ângulo $B\hat{A}D$.



XXXIII OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 2 (8º ou 9º ano)
PARTE B
(Cada problema vale 10 pontos)

PROBLEMA 1

Inicialmente o número 5 está escrito na tela de um computador. Em qualquer momento, o número n escrito na tela do computador pode ser trocado por qualquer número da forma $a \cdot b$ sendo a e b inteiros positivos tais que $a + b = n$.

- a) Mostre como obter o número 19 realizando tais operações.
- b) É possível obter o número 2011? Não se esqueça de justificar sua resposta.

PROBLEMA 2

Sejam a , b e c números reais positivos tais que $a(b + c) = 152$, $b(c + a) = 162$ e $c(a + b) = 170$. Determine o valor de abc .

PROBLEMA 3

Quantos são os pares ordenados (a, b) , com a, b inteiros positivos, tais que $a + b + \text{mdc}(a, b) = 33$?

PROBLEMA 4

No quadrilátero convexo $ABCD$, os pontos X e Y dividem o lado AB em três segmentos iguais enquanto que os pontos Z e T dividem o lado DC em três segmentos iguais (veja a figura abaixo). Se a área do quadrilátero $ABCD$ é 60, mostre que a área do quadrilátero $XYZT$ não depende do formato do quadrilátero $ABCD$ e calcule tal área.

