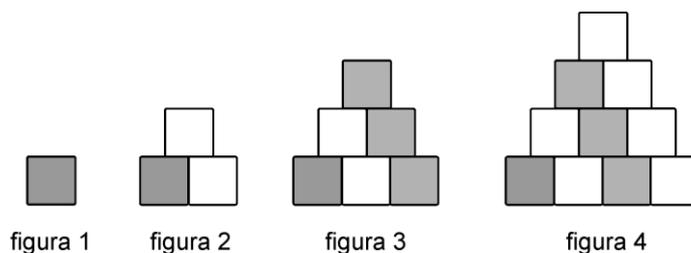


36ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 1 (6º e 7º anos)
Sábado, 25 de outubro de 2014

PROBLEMA 1

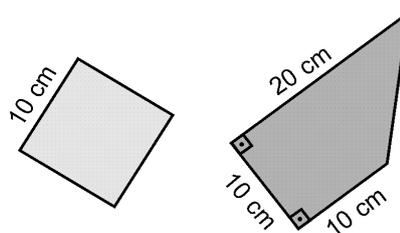
Esmeralda desenha quadradinhos de lado unitário para formar a sequência de figuras a seguir, de acordo com uma regra que você deve descobrir.



- a) Quantos quadradinhos brancos tem a figura 13?
- b) Se existir, qual é a figura que tem exatamente 100 quadradinhos brancos a mais que quadradinhos cinzentos?

PROBLEMA 2

Janaína tem muitos cartões de plástico, alguns na forma de quadrados iguais e outros na forma de trapézios iguais, conforme ilustração.



- a) Qual é a área de cada cartão quadrado e a área de cada cartão trapezoidal?

Ela monta figuras maiores sobre uma mesa, juntando os cartões e virando-os, se necessário.

- b) Usando pelo menos um cartão de cada tipo, Jade monta um quadrado. Qual é a área do menor quadrado que ela pode montar nessas condições?
- c) Ela quer montar um quadrado com 3600 cm^2 de área, utilizando o menor número possível de cartões, iguais ou não. Quantos são esses cartões?

PROBLEMA 3

Geraldo possui vários dados iguais comuns, nos quais a soma dos pontos em faces opostas é 7. Você sabe que é possível enxergar apenas três faces desses dados de cada vez.

- a) Geraldo usa quatro dados para montar uma pilha sobre uma mesa, conforme ilustração, de modo que as faces em contato tenham o mesmo número de pontos. Qual é a soma dos pontos das faces que não podem ser vistas (faces em contato e faces apoiadas na mesa)?



- b) Geraldo quer colar algumas faces de oito dados, formando um cubo rígido. As faces em contato devem ter pontos iguais e a soma dos pontos de todas as seis faces do cubo deve ser 116. Explique como Geraldo deve colar essas faces.

PROBLEMA 4

A seguir, as letras O, B e M representam algarismos todos diferentes e não nulos. Assim, OBM e BOM, por exemplo, são números de três algarismos distintos e se $O = 1$, $B = 4$ e $M = 7$, temos $OBM = 147$ e $BOM = 417$.

- a) Qual é a soma de todos os números de três algarismos dados por $O = 1$, $B = 2$ e $M = 3$?
- b) Quais são todos os valores do número OBM na adição a seguir, na qual X também é um algarismo?

$$\begin{array}{r} \text{OBM} \\ \text{OMB} \\ + \text{MBO} \\ \text{MOB} \\ \text{BMO} \\ \text{BOM} \\ \hline \text{OOOX} \end{array}$$

PROBLEMA 5

Ana e Beatriz possuem muitas moedas. Elas colocam várias sobre uma mesa e jogam de acordo com as seguintes regras:

- i. o primeiro a jogar retira no mínimo uma moeda, mas não todas;
- ii. quem jogar a seguir pode retirar no mínimo uma moeda e no máximo o dobro do número de moedas que o jogador anterior retirou;
- iii. ganha quem retirar a última moeda.

- a) Suponha que elas coloquem 11 moedas sobre a mesa. Se Ana for a primeira a jogar e retirar duas moedas, mostre como Beatriz pode vencer o jogo (não importando quais sejam as demais jogadas de Ana).
- b) Agora suponha que elas coloquem 15 moedas sobre a mesa. Mostre como a primeira a jogar pode vencer o jogo sempre (não importando quais sejam as jogadas da segunda).