XXX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (6º. ou 7º. anos) (antigas 5ª. ou 6ª. séries)
GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

1) A	6) E	11) C	16) C
2) C	7) B	12) E	17) C
3) B ou D	8) C	13) C	18) D
4) A	9) E	14) D	19) C ou D
5) C	10) D	15) C	20) E

- **Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).**
- **Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site: www.obm.org.br**

1. **(A)** Com 4 segmentos é impossível formar um triângulo, pois teríamos lados de medida 1, 1 e 2, o que impossibilita tal formação.

2. **(C)** Ela compra 5 latas de azeite a R$ 4,70 a lata, 5 latas de leite a R$ 3,12 cada e 3 caixas de iogurte com 6 iogurtes em cada caixa a R$ 0,80 por iogurte. O total gasto com esses itens é $5\times 4{,}70+5\times 3{,}12+3\times 6\times 0{,}80 =$ $5\times(4{,}70+3{,}12)+3\times 6\times 0{,}80$. Como ela paga com uma nota de R$ 50,00, ela irá receber de troco $50-[5\times(4{,}70+3{,}12)+3\times 6\times 0{,}80]=-[5\times(4{,}70+3{,}12)+3\times 6\times 0{,}80]+50$.

3. **(B) ou (D) ambas devem ser consideradas como resposta correta.**
Seja $2n$ o número de pessoas entrevistadas. A quantidade de pessoas cuja preferência é pela cor I é de 19% das mulheres e 50% dos homens, ou seja, $0{,}19\cdot n+0{,}50\cdot n=0{,}69\cdot n$; pela cor II é de $0{,}33\times n+0{,}32\times n=0{,}65\times n$ e pela cor III é $0{,}48\cdot n+0{,}18\cdot n=0{,}66\cdot n$. Nesse caso, a ordem de preferência das cores é II, III, I. Observação: nessas situações, quando se fala em ordem, é usual colocarmos em ordem crescente. Porém, serão consideradas corretas as duas maneiras: crescente ou decrescente.

4. **(A)** Como $26097=1043\times 25+22$, o quociente procurado é 1043 e o respectivo resto é 22.

5. **(C)** Apareceram duas vezes na lista o nome das pessoas que tinham um número par e múltiplo de 3, que no intervalo dado é o conjunto $\{6,12,18,\ldots,120\}$. Como $1\cdot 6=6, 2\cdot 6=12, 3\cdot 6=18,\ldots, 20\cdot 6=120$, há 20 números nesse conjunto.

6. **(E)** Olhando de cima, o cubo maior está em frente ao cubo menor. O esboço que representa melhor essa fotografia é o apresentado na alternativa E.

7. **(B)** De todos os alunos dessa classe, $60\%\cdot(22+18)=0{,}60\cdot 40=24$ foram prestar trabalho comunitário. O número mínimo de alunas que participaram desse trabalho é obtido quando número de alunos que participaram é máximo, ou seja, quando 22 alunos se envolveram, restando assim o mínimo de $24-22=2$ vagas para as meninas.

8. **(C)** A soma de dois inteiros é ímpar quando um é par e o outro é ímpar (caso contrário, a soma é par). O menor resultado que satisfaz as condições dadas é $1+2=3$ e o maior, $2007+2008=4015$, e pode-se obter qualquer ímpar entre 3 e 4015 com os números disponíveis nos cartões, ou seja, os números ímpares que podem ser obtidos estão no conjunto $\{3, 5, 7, ..., 4015\}$.

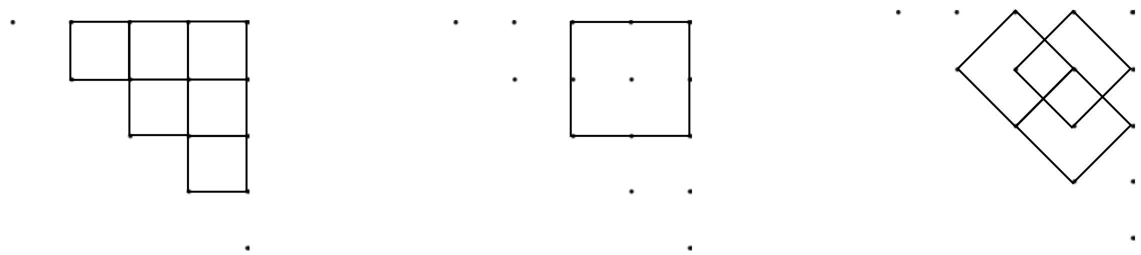
No conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 4015, 4016\}$ há 4016 números, dentre os quais não nos interessa os $4016 \div 2 = 2008$ pares e o número 1. Logo a quantidade de números ímpares diferentes que pode ser obtida dessa maneira é $4016-2008-1=2007$.

9. **(E)** Juntando os quatro trapézios, formamos um quadrado de área 2500 cm^2. Como o "buraco" quadrado no meio tem área $30\times 30 = 900$ cm^2, a área de cada um dos 4 trapézios, em cm^2, é $(2500-900)\div 4 = 1600 \div 4 = 400$.

10. **(D)** Seja ABC um número par de três algarismos. Nesse caso, há exatamente 5 possibilidades para o algarismo C : 0, 2, 4, 6 ou 8. Como esse número deve ter dois algarismos ímpares, os algarismos A e B deverão preenchidos com 1, 3, 5, 7 ou 9, ou seja, há 5 possibilidades para cada um. Logo $5\times 5\times 5 = 125$ números pares de três algarismos têm dois algarismos ímpares.

11. **(C)** Serão necessárias $15 \text{ copos} \times \dfrac{\frac{2}{9}\text{ garrafas}}{\frac{5}{6}\text{ copos}} = 15\times\dfrac{2}{9}\times\dfrac{6}{5}\text{ garrafas} = 4$ garrafas.

12. **(E)** Podem ser construídos $6+1+3=10$ quadrados com vértices nos pontos do reticulado, conforme mostra a seqüência de desenhos a seguir.



13. **(C)** É verdade que 14 de junho de 2008 é um sábado. Logo 14 de junho de 2009 será um domingo, de 2010 será uma segunda-feira, de 2011 será uma terça-feira, de 2012 (que é bissexto) será uma quinta-feira, de 2013 será uma sexta-feira e, finalmente, de 2014 será um sábado. Portanto a próxima vez que o dia 14 de junho será num sábado acontecerá daqui a 6 anos.

14. **(D)** Como $CE = CD$, $m(C\hat{E}D) = (180^\circ - 20^\circ)\div 2 = 80^\circ$. Logo $m(C\hat{E}B) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ e, como $BE = CE$, $\beta = (180^\circ - 100^\circ)\div 2 = 40^\circ$. Além disso, $m(B\hat{E}A) = m(C\hat{E}D) = 80^\circ$ e, como $AE = BE$, $\alpha = (180^\circ - 80^\circ)\div 2 = 50^\circ$. Portanto o valor da razão $\dfrac{\alpha}{\beta}$ é $\dfrac{50^\circ}{40^\circ} = \dfrac{5}{4}$.

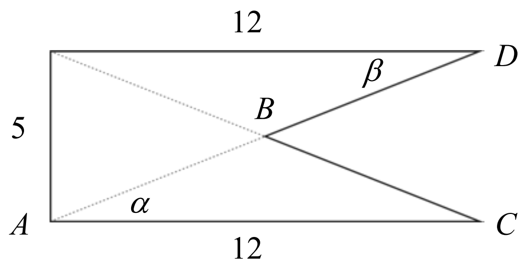
15. **(C)** Vemos a multiplicação de um número de três algarismos por um outro de dois algarismos terminado em 7, que pode ser, portanto, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87 ou 97. Desses 9 números, o único divisor de 6157 é 47, o que nos dá $6157 \div 47 = 131$. Assim, a multiplicação é:

$$\begin{array}{r} 131 \\ \times 47 \\ \hline 917 \\ 524 \\ \hline 6157 \end{array}$$

E a soma dos números substituídos pelo sinal * é $1+3+1+4+9+1+7+5+2+4=37$.

16. (C) Como Cernaldo é casado com a irmã de Arnaldo e não é o mais novo, e o médico é filho único, Bernaldo é o médico. O médico é o mais novo dos três amigos e como Cernaldo é mais velho que o engenheiro, Arnaldo é o engenheiro e Cernaldo é o professor.

17. (C) Os triângulos retângulos utilizados têm catetos 5 cm e 12 cm e hipotenusa 13 cm. Desse modo, temos:



Como os ângulos α e β são iguais, pois os lados de 12 cm são paralelos, o triângulo ABC é isósceles e, portanto, $AB = BC$ e $BD = AB$. Conseqüentemente, $BD = BC$ e, assim, $BD + BC = AD = 13\ cm$. Finalmente, o perímetro procurado é $12+5+12+13=42\ cm$.

18. (D) A estratégia para apagar o maior número de algarismos é eliminar a maior quantidade possível de algarismos de menor valor. Vamos começar pelos $1000 \div 2 = 500$ zeros que aparecem no número. Restam agora 250 algarismos 2 e 250 algarismos 8, cuja soma é $250 \times 2 + 250 \times 8 = 500 + 2000 = 2500$. Apagamos agora a maior quantidade de algarismos 2 e como $2500 - 2008 = 492$, podemos atingir nossa meta apagando $492 \div 2 = 246$ algarismos 2. Portanto o maior número de algarismos que devem ser apagados é $500 + 246 = 746$.

19. (C) ou (D) ambas devem ser consideradas como resposta correta.

(C) Escolhendo uma cor para o quadrado do centro (como o azul do exemplo), sobram 4 cores diferentes para pintar cada uma das quatro partes restantes do desenho, cada parte com uma cor diferente, e isso pode ser feito de $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$ maneiras de modo que não haja dois cartões pintados da mesma forma. Pode-se verificar que há 4 maneiras iguais de se pintar os cartões, pois girando-se cada uma delas, obtém-se as outras três. Como há 5 maneiras de escolher uma cor para o quadrado do centro, Soninha conseguirá produzir $5 \times 6 = 30$ cartões diferentes.

(D) Se considerarmos que a diagonal com quadradinhos pretos é distinta da outra, então só precisamos dividir por 2. Logo Soninha conseguirá 60 cartões diferentes.

20. (E) No trajeto de 100 km, como o carro A passa por *Americanópolis* 20 quilômetros à frente do carro B, o carro B já percorreu $100-20=80$ km do trajeto e, de forma análoga, o carro C já percorreu $100-50=50$ km do mesmo trajeto. Perceba que, enquanto o carro B percorre 80 km, o carro C percorre 50 km, ou seja, enquanto o carro C percorre 1 km, o carro B percorre $80 \div 50 = 1{,}6$ km. Assim, quando o carro B passar por *Americanópolis*, tendo percorrido os 20 km que lhe faltam, o carro C terá percorrido $20 \div 1{,}6 = 12{,}5$ km e estará $100-(50+12{,}5)=37{,}5$ km atrás do carro B.