

Método Probabilístico e Princípio da Reflexão - Nível III

Semana Olímpica - 29/01/10

Tertuliano

tertu@impa.br

- (1) Um torneio T_n com n jogadores, onde cada jogador joga contra todos os restantes exatamente uma vez, é representado por um grafo completo (todos ligados a todos) orientado com n vértices onde cada seta aponta para o vencedor do respectivo confronto. Um torneio T_n é dito ter a propriedade S_k se, para qualquer subconjunto de k jogadores, existe um jogador que ganhou de todos os jogadores neste subconjunto. Mostre que para cada k , existe um torneio T_n com a propriedade S_k .
- (2) $R(m, n)$ é o número de Ramsey, ou seja, é número de vértices no menor grafo completo tal que, em qualquer forma em que colorirmos seus vértices com duas cores, preto e branco, sempre existe sempre um subgrafo de m vértices todos pretos ou um subgrafo de n vértices todos brancos. Prove que $R(m, n) \leq R(m - 1, n) + R(m, n - 1)$.
- (3) Prove que, para $k \geq 2$, $R(k, k) \geq 2^{\frac{k}{2}}$.