

**Áreas**  
**Prof. Cícero Thiago**  
**ciceroth@yahoo.com.br**

1. (Cone Sul) Um polígono de área  $S$  está contido no interior de um quadrado de lado  $a$ . Demonstre que há pelo menos dois pontos do polígono que estão separados por uma distância maior ou igual a  $\frac{S}{a}$ .
2. Três segmentos  $C_1A_2$ ,  $C_2B_1$  e  $A_1B_2$  com extremos sobre os lados do triângulo  $ABC$  são paralelos aos lados e passam pelo ponto  $P$ . Prove que as áreas dos triângulos  $A_1B_1C_1$  e  $A_2B_2C_2$  são iguais.
3. Dado o quadrilátero convexo  $ABCD$  e o ponto médio  $E$  da diagonal  $AC$ , calcule a área  $[ABED]$  em função de  $[ABCD]$ .
4. Se  $E$  e  $F$  são os pontos médios dos lados  $AB$  e  $BC$  do quadrilátero convexo  $ABCD$ , calcule  $[EBFD]$  em função de  $[ABCD]$ .
5. Seja  $ABCDEF$  um hexágono inscritível com suas diagonais  $AD$ ,  $BE$  e  $CF$  sendo os diâmetros da circunferência. Prove que  $[ABCDEF] = 2[ACE]$ .
6. Dado o polígono convexo  $ABCDE$ , achar um quadrilátero  $ABCD'$  que tenha a mesma área.
7. Dado o quadrilátero convexo  $ABCD$  trace, a partir de um vértice, uma reta que divida o quadrilátero em duas regiões de mesma área.
8. Dado o quadrilátero convexo  $ABCD$ , trace pelo ponto médio  $E$  de  $AB$ , uma reta que divida o quadrilátero em duas figuras de igual área.
9. (OBM) É dado um quadrilátero convexo  $ABCD$ . Sejam  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$  os pontos médios dos lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , respectivamente. Determine a posição de um ponto  $P$  de forma que os quadriláteros  $PHAE$ ,  $PEBF$ ,  $PFCH$  e  $PGDH$  tenham a mesma área.
10. Seja  $ABCDE$  um pentágono convexo (não necessariamente regular) tal que os triângulos  $ABC$ ,  $BCD$ ,  $CDE$ ,  $DEA$  e  $EAB$  tem área 1. Qual a área do pentágono?

11. Seja  $ABCD$  um quadrilátero convexo e  $EH$ ,  $EI$ ,  $EF$  e  $EG$  são segmentos paralelos e iguais a  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ , como mostra a figura abaixo. Determine a razão entre as áreas dos triângulos  $HIFG$  e  $ABCD$ .

