CAPÍTULO **1**

Congruência de Triângulos

1.1 Problemas Propostos

1. $ABCD$ é um paralelogramo e ABF e ADE são triângulos equiláteros construídos exteriormente ao paralelogramo. Prove que FCE também é equilátero.

2. Quatro quadrados são construídos exteriormente nos lados de um paralelogramo. Mostre que os centros destes quadrados também formam um quadrado.

3. (Leningrado) No quadrilátero $ABCD$, $AB = CD$. Sejam M e N os pontos médios dos lados AB e CD, respectivamente e P o ponto de encontro das mediatrizes de BC e AD. Prove que P também está sobre a mediatriz de MN.

4. (OBM 2005) Sejam E e F pontos sobre os lados AB e BC, repectivamente, do quadrado $ABCD$ tais que $EB = CF$. Se $\angle EDF = 27°$, determine a soma $\angle FAB + \angle ECB$.

5. (Cone Sul 1989) Seja $ABECDF$ um hexágono (nesta ordem). De modo que $ABCD$ e $AECF$ são paralelogramos. Mostre que $BE \parallel DF$.

6. (Rioplatense 1995) Seja ABC um triângulo isósceles com $AB = AC$ e $B\hat{A}C = 36°$. Desenhamos a bissetriz de $A\hat{B}C$ que corta AC em D e desenhamos também a bissetriz de $B\hat{D}C$ que corta BC em P. Marca-se um ponto R na reta BC tal que B é o ponto médio do segmento PR. Mostre que $RD = AP$.

7. (Torneio das Cidades 2004) O incírculo do triângulo ABC toca os lados BC, CA e AB nos pontos D, E e F respectivamente. Se $AD = BE = CF$, é verdade que ABC deve ser equilátero?

8. (Rússia 1946) Dados três pontos A, B e C sobre uma reta, são construídos triângulos equiláteros ABC_1 e BCA_1 no mesmo semi-plano em relação a reta dos pontos A, B e C. Sejam M e N os pontos médios de AA_1 e CC_1, respectivamente. Prove que o triângulo BMN também é equilátero.

9. (CRUX) Seja $ABCD$ um paralelogramo. A bissetriz de $\angle BAD$ corta BC em M e o prolongamento de CD em N. Se O é o circuncentro do triângulo MCN, mostre que B, O, C, D são concíclicos.