

Desigualdade Triangular

Professor Emiliano Augusto Chagas

Em qualquer triângulo ABC , temos as três desigualdades:

$$AB < AC + BC, \quad AC < AB + BC \quad \text{e} \quad BC < AB + AC$$

A ideia por trás dessas desigualdades é que em qualquer triângulo, nenhum lado pode ser maior que a soma dos outros dois lados.

Para esquentar!

01) Um triângulo isósceles ABC possui lados 3 e 8, qual é seu perímetro?

02) As cidades A e B distam 660 km entre si, as cidades A e C distam 310 km entre si, as cidades C e D distam 200 km entre si e as cidades D e A distam 150 km entre si. Qual é a distância entre B e C?

Algumas demonstrações importantes

03) Se um ponto O está dentro de um triângulo ABC , prove que $AO + OC < AB + BC$

04) Prove que em um triângulo, qualquer lado é menor que a metade do perímetro desse triângulo.

05) Prove que a distância entre quaisquer dois pontos dentro de um triângulo não é maior que a metade do perímetro desse triângulo.

06) Prove que a soma das distâncias de um ponto O aos vértices de um triângulo é menor que o perímetro desse triângulo se esse ponto O está dentro do triângulo. O que acontece quando o ponto O está fora do triângulo?

07) Prove que a soma das distâncias de um ponto O aos vértices de um triângulo é maior que a metade do perímetro desse triângulo se esse ponto O está dentro do triângulo

Outros problemas

08) (AMC 2005) Quantos triângulos isósceles de lados inteiros possuem perímetro 23?

09) Uma formiga está em um dos vértices de um cubo. Qual é o menor caminho que ela pode percorrer até o vértice oposto desse cubo?

10) Encontre um ponto dentro de um quadrilátero convexo tal que a soma das distâncias desse ponto aos vértices é a menor possível

11) Duas vilas estão em lados opostos de um rio, cujas margens são paralelas. Uma ponte deve ser construída sobre o rio, de modo que ela seja perpendicular às margens. Onde a ponte deve ser construída de modo que o caminho entre uma cidade e outra, passando pela ponte, seja a menor possível?

12) Prove que um pentágono convexo possui três diagonais que podem formar um triângulo.