JOGOS - Nível II

Semana Olímpica - 29/01/10

Tertuliano
tertu@impa.br

(1) **(P2 Teste Argentina 2007)** Alex e Beto jogam o seguinte jogo. Primeiro se sorteia um número aleatório inteiro n maior que 1. A partir de então, os dois escolhem alternadamente inteiros positivos. Começa Alex, que deve escolher um número menor do que n mas maior ou igual que $\frac{n}{2}$. Daí, em cada turno, se o último número escolhido (pelo oponente) foi k, então o seguinte deve ser menor do que k mas maior ou igual que $\frac{k}{2}$. O ganhador é o que escolhe o número 1. Para cada valor inicial n, determinar qual dos dois jogadores tem estratégia ganhadora e descrever qual é esta estratégia.

(2) **(P2 Cone Sul 2006)** Duas pessoas, A e B, jogam o seguinte jogo: eles retiram moedas de uma pilha que contém, inicialmente, 2006 moedas. Os jogadores jogam alternadamente retirando, em cada jogada, 1 a 7 moedas; cada jogador guarda as moedas que retira. Se quiser, um jogador pode passar (não retirar moedas em sua vez), mas para isso deve pagar 7 moedas das que retirou da pilha em jogadas anteriores. Estas 7 moedas são colocadas em uma caixa separada e não interferem mais no jogo. Ganha quem retira a última moeda, e A começa o jogo. Determinar qual jogador pode assegurar a vitória, não importando como jogue o outro. Mostrar uma estratégia vencedora e explicar por que é vencedora.

(3) Duas pessoas A e B, jogam o seguinte jogo: eles retiram moedas de uma pilha que contém n moedas. Os jogadores alternadamente retirando, em cada jogada, 1 a k moedas. Ganha quem retira a última moeda, e A começa o jogo. Determine qual jogador pode assegurar a vitória, não importando como jogue o outro. Mostrar uma estratégia vencedora e explicar porque é vencedora.

(4) **(P2 Teste Argentina 2006)** Em cada casa de um tabuleiro 12×12, há um 0 ou um 1. A operação permitida é escolher 5 casas consecutivas na direção horizontal, vertical ou diagonal, e nestas casas trocar cada 0 por 1 e cada 1 por 0. Inicialmente todas as casas tem um 0. Determinar se é possível, mediante uma seqüência de operações permitidas, obter a configuração em que todas as casas do tabuleiro tenham um 1.

(5) **(P3 Cone Sul 2002)** Arnaldo e Bernardo jogam uma Super Batalha Naval. Cada um tem um tabuleiro $n \times n$. Arnaldo coloca barcos em seu tabuleiro (pelo menos um mas não se sabe quantos). Cada barco ocupa as n casas de uma linha ou de uma coluna e os barcos não podem se superpor nem ter um lado comum. Bernardo marca m casas (representando tiros) em seu tabuleiro. Depois que Bernardo marcou as m casas, Arnaldo diz quais dentre elas correspondem a posições ocupadas por barcos. Bernardo ganha se, a seguir, descobre quais são as posições de todos os barcos de Arnaldo. Determine o menor valor de m para o qual Bernardo pode garantir sua vitória.