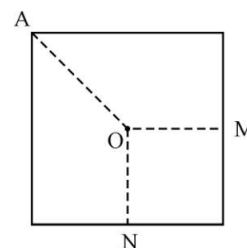


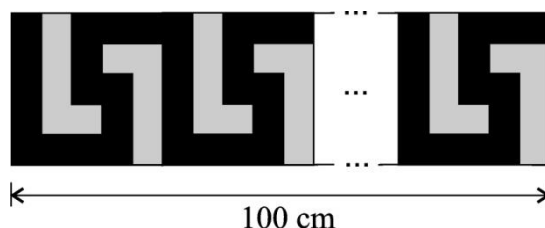
37ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 1 (6º ou 7º ano)
PARTE A
(Cada problema vale 5 pontos)

01. No quadrado ao lado, de perímetro 48 cm, M e N são pontos médios dos lados, O é o centro e A um vértice. Lena cortou o quadrado ao longo das linhas tracejadas e, usando os três pedaços, montou um retângulo com a mesma área do quadrado original, porém com um perímetro diferente. Qual é esse perímetro?



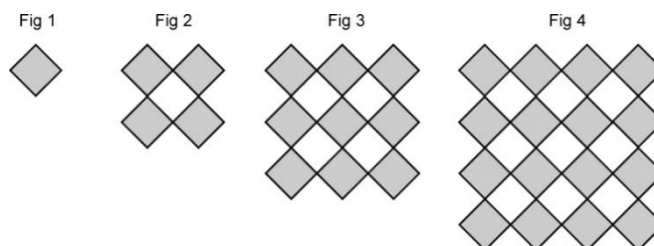
02. Júlia comprou 3 camisetas iguais e pagou sua compra com desconto de 10%, enquanto que seu irmão comprou 2 camisetas iguais às de Júlia com desconto de 5%. Júlia gastou 12 reais a mais que seu irmão. Qual era, em reais, o preço sem desconto de cada camiseta?

03. Duas fitas de largura 1 cm, uma preta e outra cinza, foram cortadas em retângulos menores, que foram colados para formar a faixa decorativa abaixo. Os retângulos encaixaram perfeitamente, sem espaços vazios nem superposições e as duas fitas foram utilizadas completamente. Se a faixa decorativa tem 100 cm de comprimento, qual era o comprimento da fita preta, em cm, antes de ser cortada?



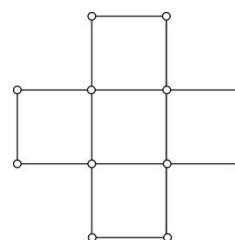
04. Há um grupo de 2015 pessoas sentadas ao redor de uma praça circular. Cada uma delas é honesta, sempre dizendo a verdade, ou então desonesta, sempre dizendo mentira. Cada uma delas faz a seguinte afirmação: “Um de meus vizinhos (à esquerda ou à direita, tanto faz) é honesto, mas o outro vizinho é desonesto”. Qual é o número de pessoas honestas no grupo?

05. Elisa constrói uma sequência formada por quadradinhos brancos e cinzentos, sempre usando a mesma regra, conforme mostrado abaixo:



Somente na figura 30, quantos quadradinhos cinzentos existem a mais do que quadradinhos brancos?

06. Na figura ao lado há cinco quadrados. Marilu quer usar duas cores, verde e amarelo, para pintar os 12 vértices desses quadrados, de modo que em cada quadrado haja dois vértices verdes e dois vértices amarelos. De quantas maneiras diferentes podem ser pintados esses vértices?



37ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Segunda Fase – Nível 1 (6º ou 7º ano)
PARTE B
(Cada problema vale 10 pontos)

PROBLEMA 1

Janaína gosta de escrever números de dez algarismos da seguinte maneira:

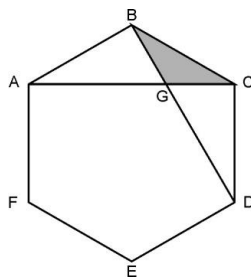
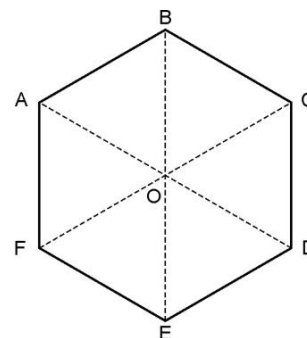
- i) ela escreve cada número da esquerda para a direita, escolhendo dois algarismos não nulos para começar;
- ii) cada algarismo seguinte que ela escreve é a soma de todos os algarismos anteriores ou é o último algarismo dessa soma. Por exemplo, ela pode escrever 5 386 248 624, pois $8 = 5 + 3$, 6 é o último algarismo dessa soma $5 + 3 + 8 = 16$, 2 é o último algarismo da soma $5 + 3 + 8 + 6 = 22$, etc. Outro exemplo é 4 600 000 000.

- a) Qual é o menor número que ela pode escrever?
- b) Qual é o maior número que ela pode escrever?
- c) Quais algarismos podem ser os últimos a serem escritos?

PROBLEMA 2

O hexágono regular $ABCDEF$ e centro O , representado ao lado, é composto de seis triângulos equiláteros de área 6 cm^2 cada um.

- a) Qual é a área, em cm^2 , do triângulo cujos vértices são os pontos B, F e D ?
- b) Qual é a área, em cm^2 , do quadrilátero $ACDF$?
- c) Os triângulos ABC e BCD superpõem-se parcialmente. Qual é a área, em cm^2 , da região comum aos dois triângulos, indicada em cinza na figura abaixo?



- d) Qual é a área, em cm^2 , do triângulo cujos vértices são os pontos médios dos lados AB, CD e EF ?

PROBLEMA 3

Esmeralda cola cubinhos brancos para montar cubos maiores. Depois de montar os cubos maiores, ele pinta algumas faces dos cubinhos de verde ou de amarelo.

- a) Depois de montado um cubo grande, Esmeralda pintou de verde as faces dos cubinhos com três faces visíveis e de amarelo as faces dos cubinhos com duas faces visíveis. Após a pintura, são visíveis no cubo grande exatamente 120 faces pintadas de amarelo. Quantas faces visíveis permaneceram brancas?
- b) Depois de montar um cubo com oito cubinhos, Esmeralda pintou três faces do cubo maior de verde e três faces de amarelo. No máximo, quantos cubinhos tiveram duas faces pintadas de verde e uma face pintada de amarelo?