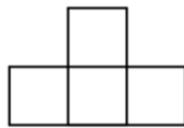
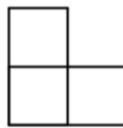




6. A figura a seguir apresenta peças de dois tipos: o Tipo 1, com 4 quadradinhos, e o Tipo 2, com 3 quadradinhos. Um tabuleiro com  $m$  linhas e  $n$  colunas foi coberto, sem sobreposição, com peças do Tipo 1 com a exceção de 3 quadradinhos. Então, o mesmo tabuleiro foi coberto, também sem sobreposição, com peças do Tipo 2 com exceção de 2 quadradinhos. As peças podem ser giradas, mas não podem sair do tabuleiro. Qual é o menor valor possível para o produto  $m \cdot n$ ?



Tipo 1



Tipo 2

# 38ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

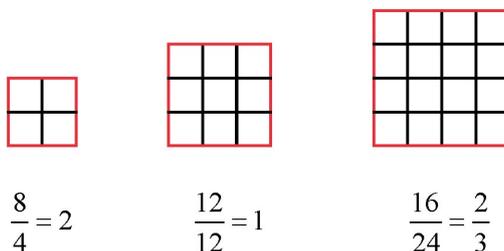
## 2ª Fase – Nível 1 (6º ou 7º ano)

### PARTE B - Cada problema vale 10 pontos

**PROBLEMA 1.** Janaína quer pintar as casas de um tabuleiro  $7 \times 7$  de vermelho, de azul ou de marrom, da seguinte maneira: em cada linha, o número de casas vermelhas não pode ser menor que o número de casas com cada uma das outras cores e, em cada coluna, o número de casas azuis não pode ser menor que o número de casas com cada uma das outras cores. Todas as linhas e colunas devem conter casas das três cores.

- Pelo menos quantas casas serão pintadas de vermelho?
- Quantas casas serão pintadas de marrom?

**PROBLEMA 2.** Associamos a cada quadriculado  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ , ..., o quociente do número de segmentos unitários do perímetro pelo número de segmentos unitários no interior do quadriculado. A figura mostra os três primeiros quadriculados e seus quocientes associados.



- Qual é o quociente associado ao quadriculado  $5 \times 5$ ?
- Quantos segmentos unitários tem o quadriculado cujo quociente associado é igual a  $\frac{1}{4}$ ?
- A diferença, em módulo, entre os quocientes associados a dois quadriculados consecutivos da sequência é igual a  $\frac{1}{190}$ . Quantos segmentos unitários tem cada lado do quadriculado menor?

**PROBLEMA 3.** Ana pretende escrever os algarismos de 1 a 9 nas casas do desenho abaixo para formar um número  $N$  de 9 algarismos distintos:



- De quantas maneiras Ana pode formar o número  $N$  escrevendo os algarismos pares nas casas cinzentas?
- De quantas maneiras Ana pode formar o número  $N$  escrevendo apenas algarismos ímpares nas casas cinzentas?
- De quantas maneiras ela pode formar o número  $N$  de maneira que a soma dos algarismos escritos nas casas cinzentas seja o dobro da soma dos algarismos escritos nas casas brancas?