



quase um inteiro. Coincidência? Não. De fato, utilizando a função  $j$  de Klein ( $\ell j(x)$  no pari),

$$j((1+\sqrt{163})/2) = -262537412640768000$$

é um inteiro! Notam alguma semelhança? Pois é, conheço uma demonstração maravilhosa para este fato. Infelizmente a margem deste e-mail é muito curta para contê-la... De fato, esta explicação requer um livro inteiro e é cheia de pré-requisitos (que podem ser estudados em tempo finito, entretanto) e baseia-se na teoria de formas modulares e na teoria de corpos de classe. Em suma, por enquanto aquela expressão ali em cima é uma curiosidade apenas.

## Nível U

Para este nível, há bem mais material, de dificuldade e profundidade variadas. A melhor introdução, na minha opinião, é o livro do Ian Steward e David Tall, Algebraic Number Theory:

[http://www.amazon.com/exec/obidos/ASIN/1568811195/ref=pd\\_bxgy\\_text\\_1/102-1446712-5248159](http://www.amazon.com/exec/obidos/ASIN/1568811195/ref=pd_bxgy_text_1/102-1446712-5248159)

Este livro aborda vários outros temas importantes dos quais não falei, como o número de classe e o teorema das unidades de Dirichlet. Equivalentes na web são os seguintes cursos do Robin Chapman, do J. Milne:

<http://www.maths.ex.ac.uk/~rjc/notes/ant.pdf>  
<http://www.jmilne.org/math/>

As notas do Chapman são bem detalhadas. As do Milne são bem completas. Na página do Milne, você encontrará outras referências sobre tópicos relacionados, bem como alguns pré-requisitos para ler mais sobre o assunto (teoria de grupos e teoria de Galois, entre outros).

Na linha do curso do Lemmermeyer, abordando corpos quadráticos apenas, o Robin Chapman escreveu algumas notas de aula (as do Lemmermeyer são melhores):

<http://www.maths.ex.ac.uk/~rjc/notes/align.pdf>

Pode ser uma boa começar por estas notas, pois elas são curtinhas e dão uma boa idéia de toda a teoria, já que é possível fazer várias contas na "mão" neste caso (infelizmente as provas apresentadas não se generalizam facilmente).

Se você gostou do assunto e quiser estudá-lo para valer, recomendo ler (após o Steward, Tall) o excelente livro do Borevich e Shafarevich, Number Theory (eu disse excelente, não criativo). Lá você encontra uma introdução bem simples a inteiros  $p$ -ádicos, e métodos analíticos importantes e que não são cobertos pelos livros e cursos anteriores, como a função zeta de Dedekind (que é parente próximo da função zeta de Riemann).