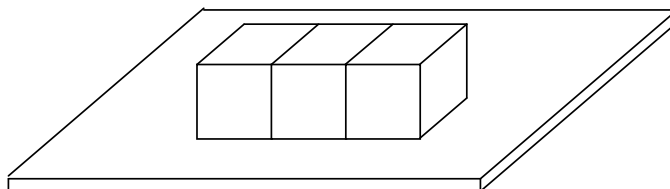


XXII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Terceira Fase – Nível 1 (5ª. e 6ª. séries)

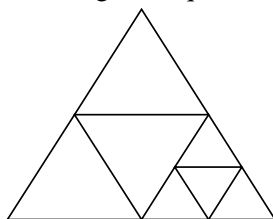
PROBLEMA 1:

Paulo tem três dados comuns idênticos nos quais a soma dos números em duas faces opostas é sempre igual a 7. Ele cola os dados, de modo que cada par de faces coladas tenha o mesmo número, e depois os coloca sobre uma mesa não transparente, conforme indica a figura. A soma dos números em todas as onze faces visíveis é 36. Qual é a soma dos números das três faces que estão em contato com a mesa?



PROBLEMA 2:

Um triângulo equilátero pode ser recortado em triângulos equiláteros menores. A figura abaixo mostra como recortar um triângulo equilátero em 7 triângulos equiláteros. Mostre como recortar um triângulo equilátero em 20 triângulos equiláteros menores.



PROBLEMA 3:

Isabel tem dois baralhos, cada um com 50 cartas. Em cada um dos baralhos estão escritos os números de 1 a 100 (em cada carta estão escritos dois números, um em cada face da carta). Por um defeito de fabricação, a distribuição dos números nas cartas não é a mesma nos dois baralhos (por exemplo, em um dos baralhos o 1 aparece na mesma carta do 2; no outro, o 1 aparece com o 76).

Mostre como Isabel deve fazer para que, ao colocar as 100 cartas sobre uma mesa, as faces voltadas para cima mostrem todos os números de 1 a 100.

PROBLEMA 4:

Considere a seguinte tabela 5×5 , preenchida com os números de 1 a 25.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

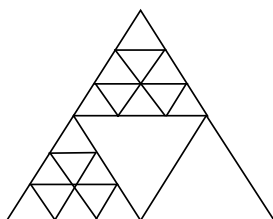
Em cada fileira horizontal e em cada fileira vertical, trocamos o sinal de 2 números, de forma que, em cada fileira horizontal e em cada fileira vertical, haja 3 números positivos e 2 números negativos. Somamos, então, todos os números da tabela.

Calcule os possíveis valores dessa soma.

XXII OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
SOLUÇÕES
Terceira Fase – Nível 1 (5ª. e 6ª. séries)

PROBLEMA 1:
VEJA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1 DO NÍVEL 2.

PROBLEMA 2:
SOLUÇÃO DE BÁRBARA ÁRABE SARAIVA (SANTOS - SP)



Esta é uma forma de dividir um triângulo equilátero em 20 triângulos equiláteros menores.
Dividindo o maior triângulo em 4 partes (triângulos equiláteros menores), dois de esses quatro menores triângulos em nove outros menores triângulos equiláteros, obteremos 20 triângulos equiláteros: 2 maiores e 18 menores.

PROBLEMA 3:
VEJA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2 DO NÍVEL 2.

PROBLEMA 4:
SOLUÇÃO DA BANCA

Escrevemos os números da tabela na seguinte forma:

$0 + 1$	$0 + 2$	$0 + 3$	$0 + 4$	$0 + 5$
$5 + 1$	$5 + 2$	$5 + 3$	$5 + 4$	$5 + 5$
$10 + 1$	$10 + 2$	$10 + 3$	$10 + 4$	$10 + 5$
$15 + 1$	$15 + 2$	$15 + 3$	$15 + 4$	$15 + 5$
$20 + 1$	$20 + 2$	$20 + 3$	$20 + 4$	$20 + 5$

Cada número é da forma $5a + b$, com $0 \leq a \leq 4$ e $1 \leq b \leq 5$.

Depois de trocar de sinal temos que em cada linha há dois números negativos, se em cada linha fazemos a soma só das partes $\pm 5a$ temos que a soma dessa linha é $5a$ (já que há três $5a$ e dois $-5a$) e a soma de todas as linhas considerando somente os números $\pm 5a$, é : $5 + 10 + 15 + 20 + 25 = 50$.

Agora consideremos os números $\pm b$. Em cada coluna há dois números b que trocaram de sinal e três que não, portanto a soma dos números dessa coluna é b e a soma das colunas considerando somente as partes $\pm b$, é: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Logo, a soma total é sempre 65.