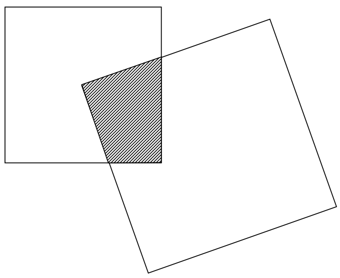
XXV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª ou 6ª Séries)

PROBLEMA 1:
Quantos inteiros positivos menores que 1000 têm a soma de seus algarismos igual a 7?

PROBLEMA 2:
Considere as seqüências de inteiros positivos tais que cada termo mais a soma dos seus algarismos é igual ao termo seguinte. Por exemplo: 6, 12, 15, 21, 24, 30, 33, 39 é uma seqüência nessas condições.
Escreva a maior seqüência cujo último termo é 103 e que satisfaz tais condições.
Observação: maior seqüência é aquela com o maior número de termos.

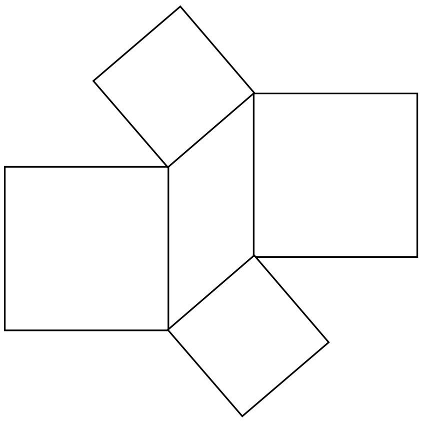
PROBLEMA 3:
Os números 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,… são potências de 2.
Deseja-se dividir um quadrado de lado 2003 em outros quadrados cujos lados são potências de 2.
Mostre uma maneira de se fazer a divisão e obter 6364 quadrados cujos lados são potências de 2.

PROBLEMA 4:
a) Dois quadrados estão posicionados de modo que o centro do primeiro é vértice do segundo, como mostra a figura abaixo.



Se o lado do primeiro quadrado mede 12cm, quanto mede a área comum aos dois quadrados?

b) Na figura a seguir, o paralelogramo tem lados de medida 12cm e 4cm e área 40cm^2. Sejam *P*, *Q*, *R* e *S* os centros dos quadrados construídos externamente sobre os quatro lados desse paralelogramo. Sabendo que o quadrilátero *PQRS* é um quadrado, calcule a sua área.



PROBLEMA 5:
Queremos construir o perímetro de um retângulo utilizando 2003 varetas cujas medidas são inteiros positivos. Para isso às vezes teremos de quebrar algumas delas, mas todas as varetas e pedaços de varetas devem ser utilizados na construção do retângulo.

a) Mostre que com uma única quebra nem sempre é possível construir o retângulo.
b) Mostre que com duas quebras sempre é possível construir o retângulo.