

10 de junho de 2000

- A duração da prova é de 3 horas.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Você pode solicitar papel para rascunho.
- Entregue apenas a folha de respostas.

1. Observe as multiplicações a seguir:

$$12\ 345\ 679 \times 18 = 222\ 222\ 222$$

$$12\ 345\ 679 \times 27 = 333\ 333\ 333$$

$$12\ 345\ 679 \times 54 = 666\ 666\ 666$$

Para obter 999 999 999 devemos multiplicar 12 345 679 por:

- A) 29 B) 99 C) 72 D) 41 E) 81

2. Outro dia ganhei 250 reais, incluindo o pagamento de horas extras. O salário (sem horas extras) excede em 200 reais o que recebi pelas horas extras. Qual é o meu salário sem horas extras?

- A) 200 reais B) 150 reais C) 225 reais D) 175 reais E) 180 reais

3. Num relógio digital, que marca de 0:00 até 23:59, quantas vezes por dia o mostrador apresenta todos os algarismos iguais?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 7 E) 9

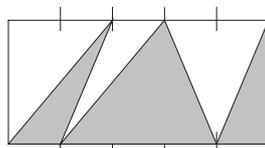
4. A prefeitura de uma certa cidade fez uma campanha que permite trocar 4 garrafas de 1 litro vazias por uma garrafa de 1 litro cheia de leite. Até quantos litros de leite pode obter uma pessoa que possua 43 dessas garrafas vazias?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

5. Numa caixa havia várias bolas, sendo 5 azuis, 4 amarelas, 3 vermelhas, 2 brancas e 1 preta. Renato retirou 3 bolas da caixa. Sabendo que nenhuma delas era azul, nem amarela, nem preta, podemos afirmar a respeito dessas 3 bolas que:

- A) são da mesma cor. B) são vermelhas. C) uma é vermelha e duas são brancas.
D) uma é branca e duas são vermelhas. E) pelo menos uma é vermelha.

6. Se a área do retângulo dado é 12, qual é a área da figura sombreada?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

7. O número 10 pode ser escrito de duas formas como soma de dois números primos:

$10 = 5 + 5$ e $10 = 7 + 3$. De quantas maneiras podemos expressar o número 25 como uma soma de dois números primos?

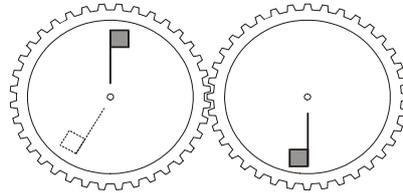
- A) 4 B) 1 C) 2 D) 3 E) nenhuma

8. 1 litro de álcool custa R\$0,75. O carro de Henrique percorre 25 km com 3 litros de álcool. Quantos reais serão gastos em álcool para percorrer 600 km?

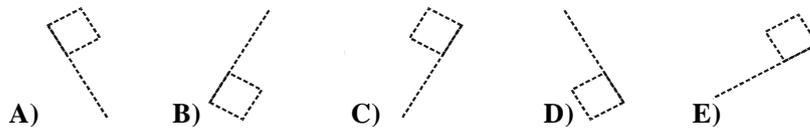
- A) 54 B) 72 C) 50 D) 52 E) 45

9. Um certo número N de dois algarismos é o quadrado de um número natural. Invertendo-se a ordem dos algarismos desse número, obtém-se um número ímpar. A diferença entre os dois números é o cubo de um número natural. Podemos afirmar que a soma dos algarismos de N é:
A) 7 **B) 10** **C) 13** **D) 9** **E) 11**

10. Juliano colocou uma bandeirinha cinza em cada engrenagem, como mostra a figura abaixo:



As engrenagens são iguais e quando a engrenagem da esquerda girou um pouco, a sua bandeirinha ficou na posição indicada com a bandeirinha branca pontilhada. Nesta condição, podemos afirmar que a posição da bandeirinha na engrenagem da direita é:



11. Uma fábrica embala 8 latas de palmito em caixas de papelão cúbicas de 20 cm de lado. Para que possam ser melhor transportadas, essas caixas são colocadas, da melhor maneira possível, em caixotes de madeira de 80 cm de largura por 120 cm de comprimento por 60 cm de altura. O número de latas de palmito em cada caixote é
A) 576 **B) 4.608** **C) 2.304** **D) 720** **E) 144**

12. Há 18 anos Hélio tinha precisamente três vezes a idade de seu filho. Agora tem o dobro da idade desse filho. Quantos anos têm Hélio e seu filho?
A) 72 anos e 36 anos. **B) 36 anos e 18 anos.** **C) 40 anos e 20 anos.**
D) 50 anos e 25 anos. **E) 38 anos e 19 anos.**

13. Se os números naturais são colocados em colunas, como se mostra abaixo, debaixo de que letra aparecerá o número 2000?

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>
1		2		3		4		5
	9		8		7		6	
10		11		12		13		14
	18		17		16		15	
19		20		21	

- A) F** **B) B** **C) C** **D) I** **E) A**

14. O emir Abdel Azir ficou famoso por vários motivos. Ele teve mais de 39 filhos, incluindo muitos gêmeos. De fato, o historiador Ahmed Aab afirma num dos seus escritos que todos os filhos do emir eram gêmeos duplos, exceto 39; todos eram gêmeos triplos, exceto 39; todos eram gêmeos quádruplos, exceto 39. O número de filhos do emir é:
A) 111 **B) 48** **C) 51** **D) 78** **E) 75**

15. Quatro amigos vão visitar um museu e um deles resolve entrar sem pagar. Aparece um fiscal que quer saber qual deles entrou sem pagar.

- Eu não fui, diz o Benjamim. – Foi o Carlos, diz o Mário.
- Foi o Pedro, diz o Carlos. – O Mário não tem razão, diz o Pedro.

Só um deles mentiu. Quem não pagou a entrada do museu?

- A) Mário B) Pedro C) Benjamim D) Carlos
E) não é possível saber, pois faltam dados

16. Em um jogo de duas pessoas, os jogadores tiram, alternadamente, 1, 2, 3, 4 ou 5 palitos de uma pilha que inicialmente tem 1000 palitos. Ganha o jogador que tirar o último palito da pilha. Quantos palitos o jogador que começa deve tirar na sua jogada inicial de modo a assegurar sua vitória?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Quantos números inteiros e positivos menores do que 1.000.000 existem cujos cubos terminam em 1?

- A) 1.000 B) 10.000 C) 50.000 D) 100.000 E) 500.000

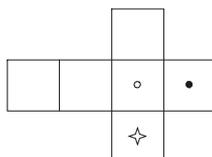
18. Os 61 aprovados em um concurso, cujas notas foram todas distintas, foram distribuídos em duas turmas, de acordo com a nota obtida no concurso: os 31 primeiros foram colocados na turma A e os 30 seguintes na turma B. As médias das duas turmas no concurso foram calculadas. Depois, no entanto, decidiu-se passar o último colocado da turma A para a turma B. Com isso:

- A) A média da turma A melhorou, mas a da B piorou.
B) A média da turma A piorou, mas a da B melhorou.
C) As médias de ambas as turmas melhoraram.
D) As médias de ambas as turmas pioraram.
E) As médias das turmas podem melhorar ou piorar, dependendo das notas dos candidatos.

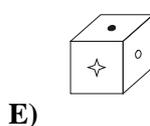
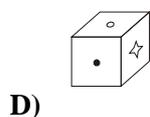
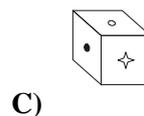
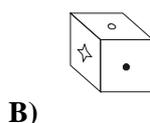
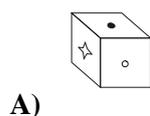
19. Escrevem-se, em ordem crescente, os números inteiros e positivos que sejam múltiplos de 7 ou de 8 (ou de ambos), obtendo-se 7, 8, 14, 16, O 100º número escrito é:

- A) 406 B) 376 C) 392 D) 384 E) 400

20. A figura abaixo foi desenhada em cartolina e dobrada de modo a formar um cubo.



Qual das alternativas mostra o cubo assim formado?



GABARITO

Primeiro Nível (5^a. e 6^a. séries)

1) E	6) D	11) A	16) D
2) C	7) B	12) A	17) D
3) B	8) A	13) C	18) C
4) D	9) D	14) C	19) E
5) E	10) A	15) B	20) B

RESUMO DAS SOLUÇÕES

1. E - Os exemplos dados mostram que $12\ 345\ 679 \times 9k = kkk\ kkk\ kkk$. Assim, para obter 999 999 999 devemos multiplicar 12 345 679 por $9 \times 9 = 81$.

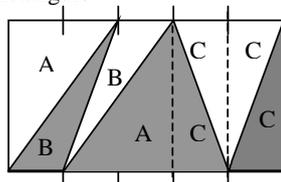
2. C.- Salário + horas extras = 250; salário – horas extras = 200. Logo o dobro do salário é igual a 450, portanto o salário é $\frac{450}{2} = 225$ reais.

3. B.- Os algarismos são iguais nos seguintes instantes: 0:00, 1:11, 2:22, 3:33, 4:44, 5:55, 11:11, 22:22.

4. D.- Ele separa 40 garrafas vazias e as troca por 10 garrafas de 1 litro cheias de leite. Esvaziadas as 10 garrafas, ele pode juntá-las com as 3 vazias que restaram e trocá-las por 3 garrafas cheias, sobrando ainda 1 garrafa vazia. Esvaziando as 3 cheias e juntando com a garrafa vazia ele ainda pode obter em troca mais uma garrafa cheia. Ao todo ele pode obter, por sucessivas trocas, $10 + 3 + 1 = 14$ garrafas cheias de leite, todas elas a partir das 43 vazias que ele possuía.

5. E.- As três bolas retiradas são brancas ou vermelhas. Como há somente duas bolas brancas, haverá pelo menos uma vermelha dentre as retiradas.

6. D.- Os três triângulos sombreados têm altura igual à altura do retângulo. Como a soma de suas bases é igual à base do retângulo, a soma de suas áreas é igual à metade da área do retângulo. Alternativamente, pode-se observar que as partes sombreadas e não sombreadas podem ser subdivididas de tal modo que a cada parte sombreada corresponde exatamente uma parte congruente não sombreada, como mostra a figura abaixo. Logo, a área sombreada corresponde à metade da área do retângulo.



7. B.- Como um desses primos é par e o outro é ímpar, temos apenas $25 = 2 + 23$.

8. A.- $600km \cdot \frac{3l}{25km} \cdot \frac{R\$0,75}{l} = R\$54,00$.

9. D.- Seja $N = 10a + b$. O número $10b + a$ (obtido invertendo-se os algarismos de N) é ímpar, logo a é ímpar. Portanto $N = 16$ ou $N = 36$. Mas $61 - 16 = 45$, que não é um cubo perfeito, e $63 - 36 = 27 = 3^3$. Então $N = 36$ e $3 + 6 = 9$.

10. A.- Considerando que a engrenagem da esquerda girou um certo ângulo x em um sentido (horário ou anti-horário), a engrenagem da direita girou o mesmo ângulo x no sentido oposto, e portanto a bandeirinha ficou na posição mostrada na alternativa A.

11. A.- Em cada caixote de madeira cabem $\frac{60}{20} \cdot \frac{80}{20} \cdot \frac{120}{20} = 72$ caixas de papelão cúbicas de 20 cm de lado. Logo em cada caixote cabem $72 \times 8 = 576$ latas de palmito.

12. A.- Sendo x a idade atual do filho, $2x$ é a idade atual de Hélio; há 18 anos, as idades de Hélio e do filho, eram, respectivamente, $2x - 18$ e $x - 18$; assim $2x - 18 = 3(x - 18) \Leftrightarrow 2x - 18 = 3x - 54 \Leftrightarrow x = 36$, logo $2x = 72$.

13. C.- As colunas reúnem números que deixam mesmo resto na divisão por 9; como 2000 dividido por 9 deixa resto 2, está na mesma coluna que o 2, ou seja, coluna C.

14. C.- Número de gêmeos = número de trigêmeos = número de quadrigêmeos = n ; logo n é um múltiplo positivo de 12. Mas $39 - 2n > 0$, logo $n = 12$. Conseqüentemente, o número de filhos é $12 + 39 = 51$.

15. B.- Mário e Carlos não podem ter ambos dito a verdade, pois somente um entrou sem pagar. Se Mário não falou a verdade, então o que Carlos disse é verdadeiro, o que Pedro disse é verdadeiro e o que Benjamim disse é verdadeiro. Disso se conclui que Pedro entrou sem pagar (Se Mário disse a verdade, Carlos não disse e Pedro disse, o que é contraditório).

16. D.- Uma estratégia que o jogador que começa pode adotar é tirar $6 - k$ palitos, se o outro jogador tirou k palitos na jogada anterior. Como o resto da divisão de 1000 por 6 é 4, temos que o jogador que começa deve tirar no começo 4 palitos para garantir a vitória (nas outras jogadas, basta seguir a estratégia anterior).

17. D.- Para que o cubo de um número termine em 1, o número deve terminar em 1 (note que ele não pode ser par e que $3^3 = 27$, $5^3 = 125$, $7^3 = 343$ e $9^3 = 729$). Assim, os números menores que 1.000.000 que têm cubos terminados em 1 são $\frac{1.000.000}{10} = 100.000$.

18. C.- Como o aluno que saiu da turma A é o que tinha a menor nota, a média das notas desta turma aumentou; como, todavia, este aluno tem nota maior que a de qualquer outro aluno da turma B , temos que a média da turma B aumentou.

19. E.- O mínimo múltiplo comum de 7 e 8 é 56. Entre dois múltiplos consecutivos de 56 há sete múltiplos de 7 e seis múltiplos de 8. Assim, os múltiplos de 56 são os elementos de ordem 14, 28, 42, ... da seqüência. Portanto, o 98° elemento da seqüência é igual a $56 \times 7 = 392$ e o 100° é $392 + 8 = 400$.

20. B.-