

XXIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Terceira Fase – Nível 1 (5ª. e 6ª. séries)

PROBLEMA 1:

Numa famosa joalheria estão armazenadas várias pedras preciosas dos seguintes tipos: esmeraldas; safiras e rubis. Todas as pedras do mesmo tipo têm o mesmo valor. Além disso, 24 esmeraldas valem tanto quanto 12 rubis e também valem tanto quanto 8 safiras.

Com R\$350.000,00 um príncipe comprou um conjunto com 4 esmeraldas, 6 rubis e 4 safiras. Quanto custa cada tipo de pedra?

PROBLEMA 2:

Um cubinho foi colocado no canto de uma sala, conforme a Figura 1.

Empilharam-se outros cubinhos iguais ao primeiro, de forma a cobrir as faces visíveis do mesmo, usando-se o menor número possível de peças. Como se pode ver na Figura 2, após a colocação dos novos cubinhos, restam 9 faces visíveis desses cubinhos.

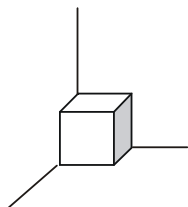


Figura 1

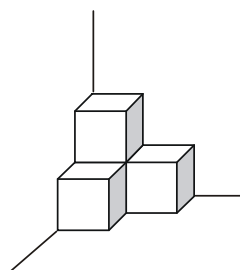


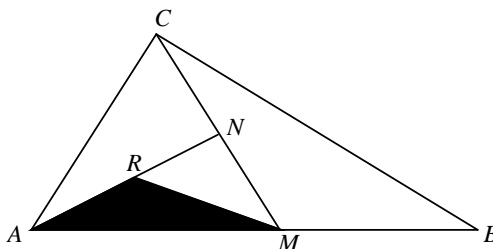
Figura 2

- Quantos cubinhos iguais a esses, no mínimo, seria necessário empilhar, de forma a cobrir aquelas 9 faces visíveis?
- Continua-se a fazer essa pilha, repetindo-se o procedimento descrito. Quando a pilha tiver um total de 56 cubinhos, quantas faces poderão ser vistas?

PROBLEMA 3:

No triângulo ABC tem-se que M é o ponto médio do lado AB (isto é, os segmentos AM e MB têm o mesmo comprimento). N é o ponto médio de MC e R é o ponto médio de NA .

O triângulo ABC tem área 2000. Determine a área do triângulo AMR .



PROBLEMA 4:

Dizemos que um número natural é *legal* quando for soma de dois naturais consecutivos e também for soma de três naturais consecutivos.

- Mostre que 2001 é legal, mas 1999 e 2002 não são legais.
- Mostre que 2001^{2001} é legal.

PROBLEMA 5:

As 42 crianças de uma escola infantil deram as mãos formando uma fila e cada uma delas recebeu um número da seguinte maneira: a primeira delas ficou com o número 1, a segunda ficou com o número 2 e, assim sucessivamente, até a última, que ficou com o número 42. Continuando de mãos dadas, foram para um pátio, onde cada uma delas ficou sobre uma lajota quadrada; duas crianças com números consecutivos ficaram em lajotas vizinhas com um lado comum (ou seja, do lado esquerdo, do lado direito, na frente ou atrás, mas nunca em diagonal).

Ao relatar esse fato para a diretora, a inspetora Maria fez o desenho à esquerda, mostrando a posição de três crianças sobre o retângulo formado pelas 42 lajotas, sobre as quais estavam as crianças. Num outro comunicado, a inspetora Célia fez outro desenho, mostrado à direita, com a posição das mesmas crianças sobre o mesmo retângulo. Ao receber os dois desenhos a diretora disse a uma das inspetoras: "O seu desenho está errado".

- i) Com qual das duas inspetoras a diretora falou? Qual foi o raciocínio da diretora?
- ii) Complete o desenho correto satisfazendo as condições do enunciado.

	11	20				
	31					

(Desenho de Maria)

	11	20				
	31					

(Desenho de Célia)