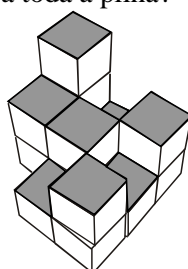


- A duração da prova é de 3 horas.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Você pode solicitar papel para rascunho.
- Entregue apenas a folha de respostas.

1. A razão  $\frac{(2^4)^8}{(4^8)^2}$  é igual a:

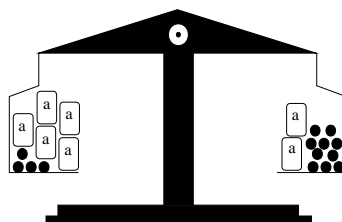
- A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C) 1                      D) 2                      E) 8

2. Num armazém foram empilhadas embalagens cúbicas conforme mostra a figura a seguir. Se cada caixa pesa 25 kg, quanto pesa toda a pilha?



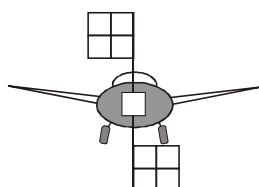
- A) 300 kg                      B) 325 kg                      C) 350 kg                      D) 375 kg                      E) 400 kg

3. Na balança a seguir temos pesadas bolas de chumbo, todas iguais, e leves saquinhos de plástico, todos com a mesma quantidade de bolinhas, iguais às que estão fora dos mesmos. Quantas bolinhas há em cada saquinho?



- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 5                      E) 6

4. Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos nove quadradinhos, de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás da “hélice” sejam iguais e de maior valor possível. Esse valor é:



- A) 23                      B) 22                      C) 21                      D) 20                      E) 19

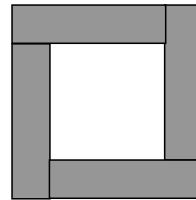
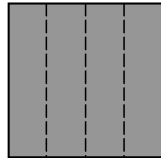
5. Qual é a quantidade total de letras de todas as respostas incorretas desta questão?

- A) Quarenta e oito.                      B) Quarenta e nove.                      C) Cinquenta.  
D) Cinquenta e um.                      E) Cinquenta e quatro.

6. Toda a produção mensal de latas de refrigerante de uma certa fábrica foi vendida a três lojas. Para a loja A, foi vendida metade da produção; para a loja B, foram vendidos  $\frac{2}{5}$  da produção e para a loja C, foram vendidas 2500 unidades. Qual foi a produção mensal dessa fábrica?

A) 4166 latas      B) 10000 latas      C) 20000 latas      D) 25000 latas      E) 30000 latas

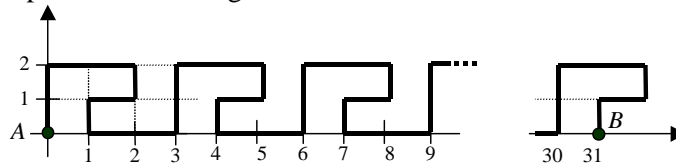
7. Um quadrado de área 1 foi dividido em 4 retângulos congruentes, conforme indicado no desenho à esquerda. Em seguida, os quatro retângulos foram reagrupados de maneira a formar um quadrado, com um buraco quadrado no centro, conforme indica o desenho à direita.



A área do buraco é igual a:

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{9}{16}$       C)  $\frac{16}{25}$       D)  $\frac{3}{4}$       E) 1

8. A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:



A) 31      B) 88      C) 90      D) 97      E) 105

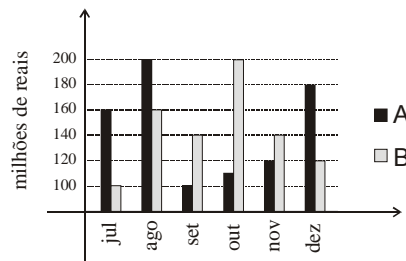
9. A diferença entre os quadrados de dois números inteiros positivos consecutivos é sempre:

A) um número primo.  
 B) um múltiplo de 3.  
 C) igual à soma desses números.  
 D) um número par.  
 E) um quadrado perfeito.

10. Marcelo leva exatamente 20 minutos para ir de sua casa até a escola. Uma certa vez, durante o caminho, percebeu que esquecera em casa a revista Eureka! que ia mostrar para a classe; ele sabia que se continuasse a andar, chegaria à escola 8 minutos antes do sinal, mas se voltasse para pegar a revista, no mesmo passo, chegaria atrasado 10 minutos. Que fração do caminho já tinha percorrido neste ponto?

A)  $\frac{2}{5}$       B)  $\frac{9}{20}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{9}{10}$

11. O gráfico abaixo mostra o *faturamento mensal* das empresas A e B no segundo semestre de 2001.



Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:

- A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.
- B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.
- C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.
- D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.
- E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.

12. Patrícia mora em São Paulo e quer visitar o Rio de Janeiro num feriado prolongado. A viagem de ida e volta, de ônibus, custa 80 reais, mas Patrícia está querendo ir com seu carro, que faz, em média, 12 quilômetros com um litro de gasolina. O litro da gasolina custa, em média, R\$1,60 e Patrícia calcula que terá de rodar cerca de 900 quilômetros com seu carro e pagar 48 reais de pedágio. Ela irá de carro e para reduzir suas despesas, chama duas amigas, que irão repartir com ela todos os gastos. Dessa forma, não levando em conta o desgaste do carro e outras despesas inesperadas, Patrícia irá:

- A) economizar R\$20,00.
- B) gastar apenas R\$2,00 a mais.
- C) economizar R\$24,00.
- D) gastar o mesmo que se fosse de ônibus.
- E) gastar R\$14,00 a mais.

13. Uma escola vai organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R\$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa usa ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R\$237,00, mais R\$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa de ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é:

- A) 28
- B) 31
- C) 32
- D) 33
- E) 36

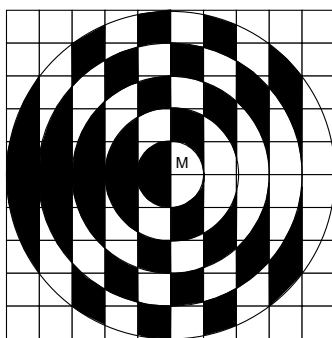
14. O produto de um milhão de números naturais, não necessariamente distintos, é igual a um milhão. Qual é o maior valor possível para a soma desses números?

- A) 1 000 000
- B) 1 250 002
- C) 1 501 999
- D) 1 999 999
- E) 13 999 432

15. Se você tiver uma mesa de bilhar retangular cuja razão entre a largura e o comprimento seja  $\frac{5}{7}$  e bater em uma bola que está em um canto, de modo que ela saia na direção da bissetriz do ângulo desse canto, quantas vezes ela baterá nos lados antes de bater em um dos cantos?

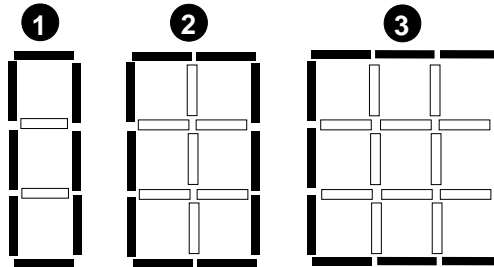
- A) 10 vezes
- B) 12 vezes
- C) 13 vezes
- D) 14 vezes
- E) 15 vezes

16. Na malha quadriculada a seguir, todas as circunferências têm centro em M. Então pode-se concluir que a área preta é:



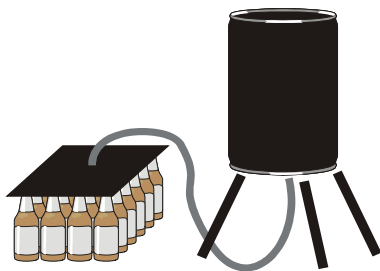
- A) dois quintos da área do círculo maior.
- B) três sétimos da área do círculo maior.
- C) metade da área do círculo maior.
- D) quatro sétimos da área do círculo maior.
- E) três quintos da área do círculo maior.

17. As figuras a seguir são construídas com palitos pretos e brancos. Para construir as figuras, os palitos pretos foram colocados apenas nas bordas e os brancos apenas no interior. A figura de número  $n$  corresponde a um retângulo  $3$  por  $n$ . Continuando esse procedimento, quantos palitos brancos teremos na figura 2002?



- A) 2001
- B) 4004
- C) 12006
- D) 10007
- E) 10010

18. Um produtor de leite engarrafa diariamente toda a produção de leite de sua fazenda. Depois de tirado, o leite segue para um tanque de forma cilíndrica e então é engarrafado, conforme vemos na figura a seguir. Na tabela vemos a quantidade de garrafas que foram enchidas e o nível do leite dentro do tanque. Depois de quantas garrafas serem enchidas o tanque ficará vazio?



Quantidade de garrafas enchidas	0	200	400	600
Nível do tanque (cm)	210	170	130	90

- A) 1000
  - B) 1050
  - C) 1100
  - D) 1150
  - E) 1200
19. Escrevendo todos os números inteiros de 100 a 999, quantas vezes escrevemos o algarismo 5?
- A) 250
  - B) 270
  - C) 271
  - D) 280
  - E) 292
20. Uma usina comprou 2000 litros de leite puro e então retirou certo volume  $V$  desse leite para produção de iogurte e substituiu esse volume por água. Em seguida, retirou novamente o mesmo volume  $V$  da mistura e novamente substituiu por água. Na mistura final existem 1125 litros de leite. O volume  $V$  é:
- A) 500 litros
  - B) 600 litros
  - C) 700 litros
  - D) 800 litros
  - E) 900 litros

## GABARITO NÍVEL 1

1- C	6- D	11- D	16- C
2- C	7- B	12- C	17- D
3- B	8- D	13- B	18- B
4- B	9- C	14- D	19- D
5- D	10- B	15- A	20- A

1.  $\frac{(2^4)^8}{(4^8)^2} = \frac{2^{32}}{4^{16}} = \frac{2^{32}}{(2^2)^{16}} = \frac{2^{32}}{2^{32}} = 1$  (opção C).

2. Examinando o desenho, vemos que há um total de 14 caixas na pilha. Portanto, a pilha pesa  $25 \times 14 = 350$  kg (opção C).

3. Observando a balança, vemos que 3 saquinhos (diferença do número de saquinhos entre os dois pratos) pesam o mesmo que 6 bolinhas (diferença do número de bolinhas entre os dois pratos). Logo cada saquinho tem 2 bolinhas. (opção B).

4. A soma dos números de 1 a 9 é 45. Ao colocar 1 no meio, podemos escrever numa das “pás”  $22 = 9 + 6 + 5 + 2$  e na outra  $22 = 8 + 7 + 4 + 3$ . Essa não é a única possibilidade, mas isso não muda o fato de que a maior soma possível em cada pá é igual a 22. (opção B).

5. O total de letras nas cinco respostas é 63, sendo 13 nas respostas das alternativas A e B, 9 na resposta da alternativa C, 12 na resposta da alternativa D e 16 na resposta da alternativa E. Como  $63 - 13 = 50$ ,  $63 - 9 = 54$ ,  $63 - 12 = 51$  e  $63 - 16 = 47$ , a única alternativa correta é a D. (opção D).

6. Para a loja C foi vendido  $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$  da produção, no total de 2500 unidades. Portanto a produção total da fábrica foi de  $10 \times 2500 = 25000$  latas. (opção D).

7. Cada retângulo tem comprimento 1 e largura  $\frac{1}{4}$ ; portanto, o buraco quadrado tem lado de medida igual a

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  e sua área é  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ . (opção B).

8. A linha é composta da repetição da figura ao lado, cujo comprimento é 9. Cada figura dessa inicia-se num ponto representado por um múltiplo de 3 no eixo horizontal: 0, 3, 6, ..., 30. A 11ª figura, incompleta, tem comprimento 7. Portanto, o comprimento da linha poligonal é igual a  $10 \times 9 + 7 = 97$ . (opção D).



9. Dois inteiros consecutivos positivos podem ser representados por  $n$  e  $n + 1$ , sendo  $n \geq 1$  e a diferença entre seus quadrados é igual a  $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 = (n + 1) + n$ , resultado igual à soma desses números. (opção C).

10. O tempo necessário para retornar à casa e depois fazer todo o percurso até a escola foi de 18 minutos (pois ia chegar 8 minutos adiantado mas acabou chegando 10 minutos atrasado), tempo correspondente à distância a mais que percorreu, exatamente o dobro da distância entre o ponto de retorno e sua casa. Portanto, levou 9 minutos para ir de sua casa até o ponto de retorno, o que corresponde a  $\frac{9}{20}$  da distância de sua casa até a escola. (opção B).

11. - A alternativa A é falsa, pois analisando o gráfico fica claro que em nenhum dos meses o faturamento de A é o dobro do faturamento de B;

- A alternativa B é falsa, pois em outubro a diferença de faturamento entre as duas empresas foi mais de 80 milhões, maior do que a diferença em julho, que foi de 60 milhões;

- A alternativa C é falsa, pois foi a empresa A que teve a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos (100 milhões entre os meses de agosto e setembro);

- A alternativa D é correta, pois no semestre o faturamento de B foi de 860 milhões e o faturamento de A foi maior que 860 milhões e menor que 880 milhões;

- A alternativa E é falsa, pois a diferença de faturamento no semestre foi menor que 20 milhões.

(opção D).

12. O custo de combustível é  $\frac{900}{12} \times 1,60 = 120$  reais; com o pedágio, o custo da viagem é  $120 + 48 = 168$  reais.

Cada um dos três viajantes irá pagar  $\frac{168}{3} = 56$  reais. Nesse caso, Patrícia irá economizar  $80 - 56 = 24$  reais.

(opção C).

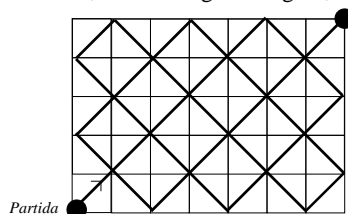
13. Observemos que um ônibus tem a mesma capacidade que  $48/6 = 8$  “vans”. Para colocar crianças que caberiam em  $k + 1$  ônibus, precisaríamos de pelo menos  $8k$  “vans”. O gasto com ônibus seria  $237 + 120(k + 1) = 120k + 357$  e o gasto com “vans” seria pelo menos  $60 \cdot 8k = 480k$ , que é maior que o preço do ônibus para  $k$  maior ou igual a 1, isto é, quando precisarmos de 2 ou mais ônibus.

Se utilizarmos um ônibus, pagaremos  $237 + 120 = 357$  reais para levar até 48 crianças. Como 357 reais são suficientes para pagarmos 5 “vans”, mas não 6, temos que é mais vantajoso utilizar ônibus se forem necessárias pelo menos 6 “vans”, o que acontece quando levamos pelo menos  $5 \cdot 6 + 1 = 31$  crianças. Logo  $N = 31$ . (opção B).

14. Supondo que haja dois números  $a$  e  $b$  maiores do que 1, entre os fatores do produto, podemos sempre substituir esses fatores por  $ab$  e 1, já que  $ab + 1 > a + b$  (ao fazer isso, estamos aumentando o valor da soma).

Dessa forma, chegamos ao produto  $1 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1 \cdot 1000000$ , com 999999 fatores iguais a 1 e um fator igual a 1000000, cuja soma desses fatores é 1999999. (opção D).

15. Ao dividirmos a mesa em um tabuleiro  $5 \times 7$ , temos a seguinte figura, com a trajetória da bola:



Observando a figura, nota-se que a bola bate na tabela 10 vezes antes de bater novamente em um canto.

*Observação:* pode-se demonstrar que se a razão entre a largura e o comprimento é a fração irredutível  $a/b$ , a bola bate na tabela  $a + b - 2$  vezes nas tabelas antes de bater novamente em um canto. A idéia para obter esse resultado é construir um quadrado de lado  $ab$  com retângulos  $a \times b$  e contar o número de vezes que a diagonal do quadrado corta os lados dos retângulos. (opção A).

16. A figura é determinada por um conjunto de circunferências concêntricas, com um eixo de simetria vertical (simetria de contornos), passando pelo centro dessas circunferências. Cada região em negro tem uma região simétrica, em branco. Logo, a área negra é igual à área branca, ou seja, é igual à metade da área do círculo maior. (opção C).

17. Na figura 1 temos 2 palitos brancos; na figura 2 temos 7 palitos brancos; na figura 3 temos 12 palitos brancos, etc. Isso mostra que a seqüência de figuras é formada acrescentando-se sempre 5 palitos brancos a quantidade anterior. Assim, na figura de número 2002, teremos  $2 + (2001) \cdot 5 = 10007$  palitos brancos. (opção D).

18. Pela tabela, vemos que cada vez que são retirados 200 litros de leite, o nível do tanque baixa 40 cm; portanto, o nível baixa 1 cm, quando são enchidas  $\frac{200}{40} = 5$  garrafas. Assim, o tanque ficará vazio quando forem enchidas

$210 \times 5 = 1050$  garrafas. (opção B).

19. Nas unidades, do 105 ao 995, o algarismo 5 aparece 90 vezes, nas dezenas, do 150 ao 259, do 250 ao 259, ..., do 950 ao 959, o algarismo 5 aparece 90 vezes e finalmente, nas centenas, do 500 ao 599, o algarismo 5 aparece 100 vezes, totalizando assim  $90 + 90 + 100 = 280$  vezes. (opção D).

20. Seja  $W = 2000 - V$ . Assim, após a primeira substituição, há um certo volume  $W$  de leite e  $V$  de água. Na segunda substituição, retira-se um volume  $\frac{W}{W+V} \cdot V = \frac{WV}{2000}$  de leite. Assim,

$W - \frac{WV}{2000} = 1125 \Leftrightarrow \frac{W(2000 - V)}{2000} = 1125 \Leftrightarrow \frac{W^2}{2000} = 1125$ , e deste modo obtemos  $W = 1500$  litros e  $V = 500$  litros. (opção A).