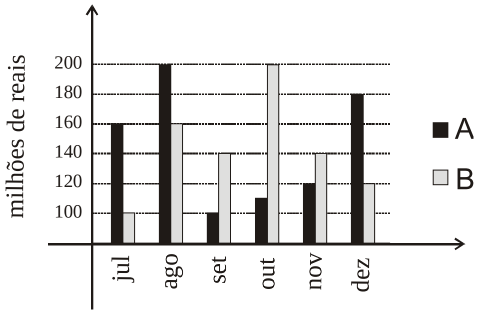
XXIV OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Primeira Fase – Nível 3

1ª. Fase Olimpíada Regional
BA – ES – MG – PA – PB – RJ – RS – SC

8 de junho de 2002

- ***A duração da prova é de 3 horas.***
- ***Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.***
- ***Você pode solicitar papel para rascunho.***
- ***Entregue apenas a folha de respostas.***

1. O gráfico abaixo mostra o *faturamento mensal* das empresas A e B no segundo semestre de 2001.



Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:

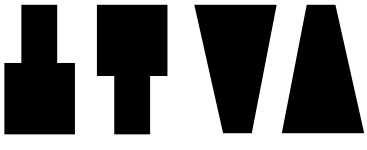
A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.
B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.
C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.
D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.
E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.

2. Se $\frac{p}{q}$ é a fração irredutível equivalente a $\frac{6,888...}{2,444...}$ o valor de $p + q$ é igual a:

A) 38 **B)** 39 **C)** 40 **D)** 41 **E)** 42

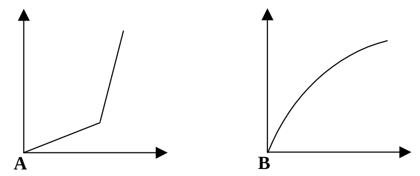
3. Um comerciante comprou dois carros por um total de R$ 27.000,00. Vendeu o primeiro com lucro de 10% e o segundo com prejuízo de 5%. No total ganhou R$ 750,00. Os preços de compra foram, respectivamente,
A) R$ 10.000,00 e R$ 17.000,00
B) R$ 13.000,00 e R$ 14.000,00
C) R$ 14.000,00 e R$ 13.000,00
D) R$ 15.000,00 e R$ 12.000,00
E) R$ 18.000,00 e R$ 9.000,00

4. A seguir vemos quatro vasos, os quais Angela vai encher com água, numa torneira cuja vazão é constante.



1 **2** **3** **4**

Os gráficos *A* e *B* a seguir representam o nível da água (eixo vertical), em dois dos vasos, de acordo com o tempo (eixo horizontal).



Qual dos vasos corresponde ao gráfico **A** e qual ao gráfico **B**, respectivamente?

A) 3 e 4 **B)** 2 e 4 **C)** 1 e 3 **D)** 2 e 3 **E)** 1 e 4

5. Uma escola vai organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa utiliza ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R$237,00 mais R$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa que utiliza ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é:

A) 28 **B)** 31 **C)** 32 **D)** 33 **E)** 36

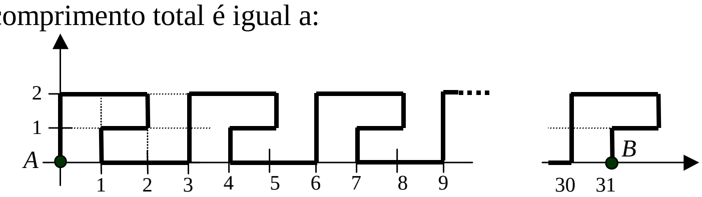
6. Durante sua viagem ao país das Maravilhas a altura de Alice sofreu quatro mudanças sucessivas da seguinte forma: primeiro ela tomou um gole de um líquido que estava numa garrafa em cujo rótulo se lia: "beba-me e fique 25% mais alta". A seguir, comeu um pedaço de uma torta onde estava escrito: "prove-me e fique 10% mais baixa"; logo após tomou um gole do líquido de outra garrafa cujo rótulo estampava a mensagem: "beba-me e fique 10% mais alta". Finalmente, comeu um pedaço de outra torta na qual estava escrito:"prove-me e fique 20% mais baixa". Após a viagem de Alice, podemos afirmar que ela:

A) ficou 1% mais baixa
B) ficou 1% mais alta
C) ficou 5% mais baixa
D) ficou 5% mais alta
E) ficou 10% mais alta

7. Marcelo leva exatamente 20 minutos para ir de sua casa até a escola. Uma certa vez, durante o caminho, percebeu que esquecera em casa a revista Eureka! que ia mostrar para a classe; ele sabia que se continuasse a andar, chegaria à escola 8 minutos antes do sinal, mas se voltasse para pegar a revista, no mesmo passo, chegaria atrasado 10 minutos. Que fração do caminho já tinha percorrido neste ponto?

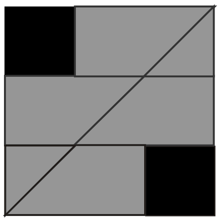
A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{9}{20}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{9}{10}$

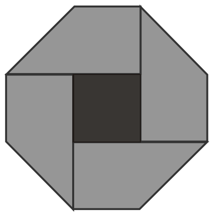
8. A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:



A) 31 **B)** 88 **C)** 90 **D)** 97 **E)** 105

9. Traçando segmentos, podemos dividir um quadrado em dois quadradinhos congruentes, quatro trapézios congruentes e dois triângulos congruentes, conforme indica o desenho abaixo, à esquerda. Eliminando algumas dessas partes, podemos montar o octógono representado à direita. Que fração da área do quadrado foi eliminada?





A) $\frac{1}{9}$ **B)** $\frac{2}{9}$ **C)** $\frac{1}{4}$ **D)** $\frac{1}{3}$ **E)** $\frac{3}{8}$

10. Se $xy = 2$ e $x^2 + y^2 = 5$, então $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2$ vale:

A) $\frac{5}{2}$ **B)** $\frac{25}{4}$ **C)** $\frac{5}{4}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** 1

11. A média aritmética das idades de um grupo de médicos e advogados é 40 anos. A média aritmética das idades dos médicos é 35 anos e a dos advogados é 50 anos. Pode-se, então, afirmar que:
A) O número de advogados é o dobro do número de médicos no grupo.
B) O número de médicos é o dobro do número de advogados no grupo.
C) Há um médico a mais no grupo.
D) Há um advogado a mais no grupo.
E) Existem as mesmas quantidades de médicos e advogados no grupo.

12. Os valores de x, y e z que satisfazem às equações $x + \frac{1}{y} = 5$, $y + \frac{1}{z} = 1$ e $z + \frac{1}{x} = 2$ são tais que $x + 3y + 2z$ é igual a:
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

13. Vamos provar que 4 é maior que 4 .

Sejam a e b dois números tais que $a > 4$ e $a = b$.

1) Vamos subtrair 4 dos dois termos desta equação:

$$a = b$$
$$a - 4 = b - 4$$

2) Colocamos –1 em evidência no segundo membro da equação:

$$a - 4 = -1\,(-b + 4)$$
$$a - 4 = -1\,(4 - b)$$

3) Elevamos ambos os termos da equação ao quadrado:

$$(a-4)^2 = [-1 \cdot (4-b)]^2$$
$$(a-4)^2 = (-1)^2 (4-b)^2$$
$$(a-4)^2 = 1 \cdot (4-b)^2$$
$$(a-4)^2 = (4-b)^2$$

4) Extraímos a raiz quadrada dos dois membros da equação:

$$\sqrt{(a-4)^2} = \sqrt{(4-b)^2}$$
$$a - 4 = 4 - b$$

5) Como $a = b$, substituímos b por a

$$a - 4 = 4 - a$$

6) Resolvemos a equação:

$$a - 4 = 4 - a$$
$$2a = 8$$
$$a = 4$$

Como escolhemos a tal que $a > 4$, chegamos à inacreditável conclusão de que $4 > 4$.
Onde está o erro no argumento acima?
A) Na passagem 2. **B)** Na passagem 3. **C)** Na passagem 4.
D) Na passagem 5. **E)** Na passagem 6.

14. Qual é a quantidade total de letras de todas as respostas incorretas desta questão?
A) Quarenta e oito. **B)** Quarenta e nove. **C)** Cinqüenta.
D) Cinqüenta e um. **E)** Cinqüenta e quatro.

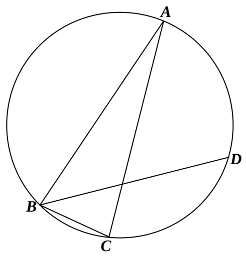
15. Sejam x, y, z números inteiros tais que $x + y + z = 0$. Sobre $x^3 + y^3 + z^3$ são feitas as seguintes afirmativas:
i) É necessariamente múltiplo de 2.
ii) É necessariamente múltiplo de 3.
iii) É necessariamente múltiplo de 5.
Podemos afirmar que:

A) somente i) é correta.
B) somente ii) é correta.
C) somente i) e ii) são corretas.
D) somente i) e iii) são corretas.
E) i), ii) e iii) são corretas.

16. Seja f uma função real de variável real que satisfaz a condição:
$$f(x) + 2f\left(\frac{2002}{x}\right) = 3x$$
para $x > 0$. O valor de $f(2)$ é igual a:
A) 1000 **B)** 2000 **C)** 3000 **D)** 4000 **E)** 6000

17. O resto da divisão por 9 de $\sqrt{1111111111 - 22222}$ é:
A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 6 **E)** 8

18. Na circunferência abaixo, temos que: $AB = 4$, $BC = 2$, AC é diâmetro e os ângulos $A\hat{B}D$ e $C\hat{B}D$ são iguais. Qual é o valor de BD?



A) $2\sqrt{3} + 1$ **B)** $\dfrac{9}{\sqrt{5}}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $2 + \sqrt{5}$ **E)** 4

19. Seja α a maior raiz de $x^2 + x - 1 = 0$. O valor de $\alpha^5 - 5\alpha$ é :
A) – 1 **B)** – 2 **C)** – 3 **D)** 1 **E)** 2

20. Qual é o dígito das unidades de $7^{7^{7^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{7}}}}}}$, onde aparecem 2002 setes?
A) 7 **B)** 9 **C)** 3 **D)** 1 **E)** 5.

21. Em um trapézio *ABCD* de área 1, a base *BC* mede a metade da base *AD*. Seja *K* o ponto médio da diagonal *AC*. A reta *DK* corta o lado *AB* no ponto *L*. A área do quadrilátero *BCKL* é igual a:

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{2}{9}$ **E)** $\frac{1}{9}$

22. $N = \theta 5399840$ é um número inteiro positivo com oito algarismos, sendo o primeiro e o último desconhecidos. Sabendo que *N* é um múltiplo de 198, encontre o algarismo das unidades de *N* / 198.

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

23. No triminó marciano, as peças têm 3 números cada (diferente do dominó da terra, onde cada peça tem apenas 2 números). Os números no triminó marciano também variam de 0 a 6, e para cada escolha de 3 números (não necessariamente distintos) existe uma e somente uma peça que contém esses 3 números. Qual é a soma dos números de todas as peças do triminó marciano?

A) 756 **B)** 1512 **C)** 84 **D)** 315 **E)** 900

24. No triângulo *ABC*, o ângulo $\hat{A}$ mede 60° e o ângulo *B* mede 50°. Sejam *M* o ponto médio do lado *AB* e *P* o ponto sobre o lado *BC* tal que *AC* + *CP* = *BP*. Qual a medida do ângulo *MPC*?

A) 120° **B)** 125° **C)** 130° **D)** 135° **E)** 145°

25. Duas pessoas vão disputar uma partida de **par ou ímpar**. Elas não gostam do zero e, assim, cada uma coloca 1, 2, 3, 4 ou 5 dedos com igual probabilidade.
A probabilidade de que a pessoa que escolheu **par** ganhe é:

A) 1/2 **B)** 2/5 **C)** 3/5 **D)** 12/25 **E)** 13/25

GABARITO NÍVEL 3

1- D)	**6- A)**	**11- B)**	**16- B)**	**21- D)**
2- E)	**7- B)**	**12- B)**	**17- D)**	**22- C)**
3- C)	**8- D)**	**13- C)**	**18- C)**	**23- A)**
4- C)	**9- B)**	**14- D)**	**19- C)**	**24- E)**
5- B)	**10- B)**	**15- C)**	**20- C)**	**25- E)**

1. - A alternativa A é falsa, pois analisando o gráfico fica claro que em nenhum dos meses o faturamento de A é o dobro do faturamento de B;
- A alternativa B é falsa, pois em outubro a diferença de faturamento entre as duas empresas foi mais de 80 milhões, maior do que a diferença em julho, que foi de 60 milhões;
- A alternativa C é falsa, pois foi a empresa A que teve a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos (100 milhões entre os meses de agosto e setembro);
- A alternativa D é correta, pois no semestre o faturamento de B foi de 860 milhões e o faturamento de A foi maior que 860 milhões e menor que 880 milhões;
- A alternativa E é falsa, pois a diferença de faturamento no semestre foi menor que 20 milhões. **(opção D).**

2. Seja x = 0,444… então $10x = x + 4 \Rightarrow x = \frac{4}{9}$.

Logo 6,888… = $6 + 2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{62}{9}$ e $2{,}444... = 2 + \frac{4}{9} = \frac{22}{9}$ e portanto a fração dada é equivalente a $\frac{62}{22} = \frac{31}{11}$ e $p + q = 42$ **(opção E)**

3. Sejam $27000 - x$ e x os preços de compra do primeiro e do segundo carros, respectivamente. Temos $1{,}1\,(27000 - x) + 0{,}95x = 27000 + 750 \Leftrightarrow 0{,}15x = 1950 \Leftrightarrow x = 13000 \Leftrightarrow 27000 - x = 14000$ **(opção C)**.

4. No gráfico *A*, o nível sobe a uma taxa constante por algum tempo e, depois, passa a subir outra vez a uma taxa constante, mas maior que a primeira.
Isto indica que o vaso é formado por duas partes de seção reta constante, sendo a base a de maior área.
Logo, o gráfico *A* corresponde ao vaso 1.
No gráfico *B*, a taxa de elevação do nível diminui continuamente, indicando que a área da seção reta do vaso aumenta continuamente. Logo, o vaso correspondente é o 3 **(opção C).**

5. Observemos que um ônibus tem a mesma capacidade que 48/6 = 8 “vans”. Para colocar crianças que caberiam em $k + 1$ ônibus, precisaríamos de pelo menos $8k$ “vans”. O gasto com ônibus seria $237 + 120(k + 1) = 120k + 357$ e o gasto com “vans” seria pelo menos $60 \cdot 8k = 480k$, que é maior que o preço do ônibus para k maior ou igual a 1, isto é, quando precisarmos de 2 ou mais ônibus.
Se utilizarmos um ônibus, pagaremos 237 + 120 = 357 reais para levar até 48 crianças. Como 357 reais são suficientes para pagarmos 5 “vans”, mas não 6, temos que é mais vantajoso utilizar ônibus se forem necessárias pelo menos 6 “vans”, o que acontece quando levamos pelo menos $5 \cdot 6 + 1 = 31$ crianças. Logo N = 31. **(opção B).**

6. Sendo h a altura inicial de Alice, sua altura final será $1{,}25 \times 0{,}9 \times 1{,}1 \times 0{,}8\ h = 0{,}99h$. Ou seja, ela ficou 1% mais baixa. **(opção A)**.

7. O tempo necessário para retornar à casa e depois fazer todo o percurso até a escola foi de 18 minutos (pois ia chegar 8 minutos adiantado mas acabou chegando 10 minutos atrasado), tempo correspondente à distância a mais que percorreu, exatamente o dobro da distância entre o ponto de retorno e sua casa. Portanto, levou 9 minutos para ir de sua casa até o ponto de retorno, o que corresponde a $\frac{9}{20}$ da distância de sua casa até a escola. **(opção B).**

8. A linha é composta da repetição da figura ao lado, cujo comprimento é 9. Cada figura dessa inicia-se num ponto representado por um múltiplo de 3 no eixo horizontal: 0, 3, 6, ..., 30. A 11ª figura, incompleta, tem comprimento 7. Portanto, o comprimento da linha poligonal é igual a $10 \times 9 + 7 = 97$. **(opção D).**

9. Como os quadrados, trapézios e triângulos são congruentes entre si, devemos ter o lado do quadrado igual à altura do trapézio, igual a cada cateto do triângulo, igual à terça parte do lado do quadrado menor. Foram eliminados dois triângulos e um quadrado, cuja área equivale à área de dois quadrados de lado igual à terça parte do original, ou seja $2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$ da área do quadrado original. **(opção B).**

10. $\dfrac{x^2}{y^2}+\dfrac{y^2}{x^2}+2=\dfrac{x^4+y^4+2x^2y^2}{x^2y^2}=\dfrac{\left(x^2+y^2\right)^2}{(xy)^2}=\dfrac{25}{4}$ **(opção B).**

11. Sejam *m* e *a* o número de médicos e advogados no grupo. A soma das idades dos médicos é $35m$ e a dos advogados é $50a$. Por outro lado, a soma das idades de todas as pessoas do grupo é $40(a+m)$. Logo, temos $35m + 50a = 40a + 40m$, o que fornece $10a = 5m$ e, daí, $m = 2a$. Logo, o número de médicos é o dobro do de advogados **(opção B).**

12. Seja $z=2-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x-1}{x}$; $y=1-\dfrac{1}{z}=1-\dfrac{x}{2x-1}=\dfrac{x-1}{2x-1}$

$x=5-\dfrac{1}{y}=5-\dfrac{2x-1}{x-1}=\dfrac{3x-4}{x-1}$ Daí, $x^2-x=3x-4\Rightarrow x^2-4x+4=0\Rightarrow x=2,\ y=\dfrac{1}{3},\ z=\dfrac{3}{2}$. Logo, $x + 3y + 2z = 6$ **(opção B)**.

13. Como $a > 4$ e $a = b$, $b > 4$. Logo $4 - b < 0$. Assim, na passagem 4), o correto seria

$$\sqrt{(a-4)^2}=\sqrt{(4-b)^2}$$
$$|a-4|=|4-b|$$
$$a-4=b-4$$

(opção C).

14. O total de letras nas cinco respostas é 63, sendo 13 nas respostas das alternativas A e B, 9 na resposta da alternativa C, 12 na resposta da alternativa D e 16 na resposta da alternativa E. Como 63 – 13 = 50, 63 – 9 = 54, 63 – 12 = 51 e 63 – 16 = 47, a única alternativa correta é a D. **(opção D).**

15. $x^3 + y^3 + z^3 = x^3 + y^3 + (-x - y)^3 = x^3 + y^3 - x^3 - y^3 - 3xy^2 - 3x^2y = -3xy(x + y)$
A afirmativa (i) é verdadeira (*xy* só é ímpar quando *x* e *y* são ambos ímpares, mas neste caso $x + y$ é par). A afirmativa (ii) também é evidentemente verdadeira, devido à presença do fator 3. A afirmativa (iii) é falsa. Por exemplo, se $x=1$, $y=1$ e $z=-2$, então $x^3 + y^3 + z^3 = -6$, que não é múltiplo de 5 **(opção C)**.

16. Fazendo primeiro $x = 2$ e depois $x = 1001$ obtemos:
$f(2) + 2f(1001) = 6$ e $f(1001) + 2f(2) = 3003$ subtraindo a primeira equação da segunda multiplicada por 2 obtemos $3f(2) = 6000$ e daí $f(2) = 2000$ **(opção B).**

17. $1111111111 = 1 + 10 + \ldots + 10^9 = \dfrac{10^{10}-1}{9}$. Analogamente, $22222 = 2 \times 11111 = 2\dfrac{10^5-1}{9}$. Logo, $1111111111 - 22222 = \dfrac{10^{10}-2\times10^5+1}{9}=\dfrac{(10^5-1)^2}{9}$ e $\sqrt{11111111111-22222}=\dfrac{10^5-1}{3}=\dfrac{99999}{3}=33333$ cujo resto da divisão por 9 é igual a 6 **(opção D).**

18. Pelo teorema de Ptolomeu, $AC\ BD = AD\ BC + AB\ CD$. São fornecidos $AB = 4$ e $BC = 2$. Pelo teorema de Pitágoras, $AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$ e, portanto, $AC = \sqrt{20}=2\sqrt{5}$. Além disso, *D* é o ponto médio do arco *ADC* e, portanto, $AD = CD = R\sqrt{2} = \sqrt{10}$. Logo, $2\sqrt{5}\ BD = \sqrt{10}\ .\ 2 + \sqrt{10}\ .\ 4$ e $BD = \dfrac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=3\sqrt{2}$ **(opção C).**

19. Substituindo sucesivamente, α^2 por $1-\alpha$ obtemos:
$\alpha^5 - 5\alpha = \alpha(\alpha^4 - 5) = \alpha((1 - \alpha)^2 - 5) = \alpha(\alpha^2 - 2\alpha - 4) = \alpha(1 - \alpha - 2\alpha - 4) = -3(\alpha^2 + \alpha) = -3$ **(opção C).**

20. 7^1 termina com 07, 7^2 termina com 49, 7^3 termina com 43, 7^4 termina com 01, 7^5 termina com 07, 7^6 termina com 49, 7^7 termina com 43, 7^8 termina com 01 e assim por diante. Portanto 7^7 termina com 43: é um número da forma $4n + 3$.

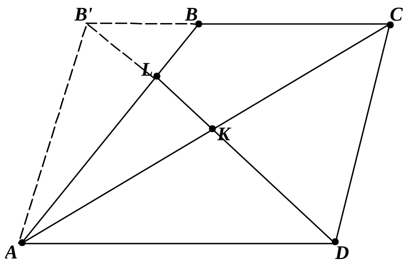
$7^{7^7}=7^{\left(7^7\right)}=7^{4n+3}=\underbrace{(7^4)^n}_{\text{termina com 01}}\cdot\underbrace{7^3}_{\text{termina com 43}}\}\Rightarrow$ produto termina com 43 (vide algoritmo abaixo).

$$\begin{array}{r} \ldots.01 \\ \times\ \underline{\ldots.43} \\ \ldots.03 \\ \ldots.4 \\ \ldots\ldots\ldots \\ 43 \end{array}$$

da mesma forma $7^{7^{7^7}}=7^{\left(7^{7^7}\right)}$ termina com 43 e assim por diante.

Desta forma, concluímos que $7^{7^{7^{\cdot^{\cdot^{7}}}}}$ por um número de "7" maior que 1 é sempre terminado com 43. **(opção C)**.

21.



Completando o paralelogramo $AB'CD$, tem-se que K é o ponto de interseção das diagonais, o que implica em L ser o baricentro do triângulo $AB'C$. Como a área de $ABCD$ é 1 e $BC : AD = 1 : 2$ então a área do triângulo ACD é $\frac{2}{3}$ e igual à área de $AB'C$.

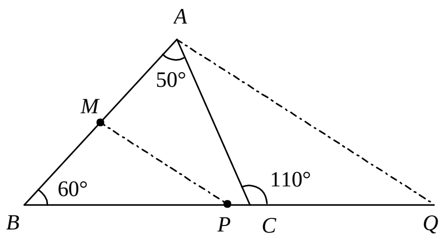
Finalmente como o baricentro divide um triângulo em 6 triângulos de mesma área temos

$$S_{BCKL} = 2\cdot\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9}.$$ **(opção D).**

22. Como $198 = 9 \times 11 \times 2$, o número N é múltiplo de 9, 11 e 2. Sejam x e y o primeiro e último algarismos de N. Como N é divisível por 9, a soma de seus algarismos é múltipla de 9. Logo, a soma $x + y$ é igual 7 ou 16. Da divisibilidade por 11, decorre que a diferença entre as somas dos algarismos de ordem par e dos de ordem ímpar é múltipla de 11. Logo, a diferença x-y é igual a 6 ou –5. Como a soma e a diferença têm a mesma paridade, os casos possíveis são $x + y = 7$ e $x - y = -5$ (que fornece $x = 1$ e $y = 6$) e $x + y = 16$ e $x - y = 6$ (que fornece $x = 11$ e $y = 5$, que não atende a condição de x ser um algarismo). Logo, $N = 15399846$ que é par, satisfazendo, portanto, a última condição de divisibilidade por 198. O último algarismo de $N/198$ pode ser 2 ou 7. Como N não é múltiplo de 4, este último algarismo só pode ser 7 **(opção C).**

23. Vamos contar quantas são as ocorrências de um determinado número (por exemplo, 6). Há 1 peça em que o 6 aparece 3 vezes, 6 em que ele aparece 2 vezes, e 21 em que ele aparece 1 vez (ele aparece em 6 peças acompanhado por dois números iguais e em $C_{6,2} = 15$ peças acompanhado por dois outros números). Logo, o 6 ocorre $3 \times 1 + 2 \times 6 + 1 \times 21 = 36$ vezes. Logo, a soma dos números de todas as peças é $36(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 756$ **(opção A).**

24. Como $AC + CP = BP$, P é o ponto médio de BQ, onde Q é o ponto sobre o prolongamento de BC tal que $CQ = AC$. Logo, M e P são, respectivamente, pontos médios dos lados BA e BQ do triângulo ABQ. Assim, MP é paralelo a AQ e o ângulo MPB é igual ao ângulo em Q do triângulo isósceles ACQ, que é igual a $(180°– 110°)/2 = 35°$. Portanto, $MPC = 180° – MPB = 145°$. **(opção E).**



25. Cada um dos 25 pares (i, j), com $i, j = 1, 2, 3, 4$ ou 5, tem a mesma probabilidade de ocorrer. A soma $i + j$ é par em 13 destes pares. Logo, a probabilidade de quem escolheu **par** ganhe é 13/25 **(opção E)**.