

XX OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Terceira Fase - Nível 2

Instruções:

- ♦ A duração da prova é de 4 horas e 30 minutos.
- ♦ Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a livros ou notas.
- ♦ Você pode solicitar papel para rascunho.
- ♦ Todas as suas soluções devem ser justificadas.

PROBLEMA 1

Prove que em qualquer pentágono convexo existem dois ângulos internos consecutivos cuja soma é maior ou igual a 216° .

PROBLEMA 2

No triângulo ABC , D é o ponto médio de AB e E o ponto do lado BC tal que $BE = 2 \cdot EC$. Dado que os ângulos \hat{ADC} e \hat{BAE} são iguais, encontre o ângulo \hat{BAC} .

PROBLEMA 3

Em um jogo existem 20 buracos vazios em fila e o jogador deve colocar um pino em cada buraco de acordo com as seguintes regras:

- Se colocar um pino em um buraco e se os dois buracos vizinhos estiverem vazios, o pino permanece.
- Se colocar um pino em um buraco e se um dos buracos vizinhos estiver ocupado, o pino deste buraco vizinho deve ser retirado.
- Se colocar um pino em um buraco e se os dois buracos vizinhos estiverem ocupados, então um dos pinos vizinhos deve ser retirado.

Determine qual é o número máximo de pinos que podem ser colocados.

PROBLEMA 4

São dados 15 números naturais maiores que 1 e menores que 1998 tais que dois quaisquer são primos entre si. Mostre que pelo menos um desses 15 números é primo.