

# Semana Olímpica 2018

Luíze D'Urso

## Paridade

Problema 1. Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?

Problema 2. Em um tabuleiro de xadrez, um cavalo sai do quadrado a1 e retorna para a mesma posição depois de vários movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos.

Problema 3. É possível um cavalo começar na posição a1 de um tabuleiro de xadrez e terminar em h8 visitando cada um dos quadrados restantes exatamente uma vez ao longo do caminho?

Problema 4. Um tabuleiro quadrado  $5 \times 5$  pode ser coberto por dominós  $1 \times 2$ ?

Problema 5. É possível trocar uma nota de 25 dinheiros por dez notas de 1, 3 ou 5 dinheiros?

Problema 6. Dilma comprou um caderno com 96 folhas e numerou-as de 1 a 192. Temer arrancou 25 folhas do caderno de Dilma e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Esta soma poderia ser 2018?

Problema 7. O produto de 22 números inteiros é 1. Mostre que sua soma não pode ser zero.

Problema 8. Um quadrado mágico é uma tabela  $6 \times 6$  contendo um número em cada quadrado de modo que as somas dos números em qualquer linha, coluna ou diagonal principal sejam iguais. É possível formar um quadrado mágico com os 36 primeiros números primos?

Problema 9. Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar sinais de + e - entre eles de modo que o valor da expressão resultante seja 0?

Problema 10. Um gafanhoto pula ao longo de uma linha. Seu primeiro pulo corresponde a uma distância de 1 cm, seu segundo pulo a 2 cm, e assim por diante. Cada pulo o leva para a direita ou para a esquerda. Mostre que depois de 1995 pulos ele não pode voltar à sua posição inicial.

Problema 11. Os números de 1 a 1995 estão escritos em um quadro negro. Decidimos apagar dois desses números e substituí-los por sua diferença positiva. Depois de fazer isto diversas vezes, só restou um número escrito no quadro. Tal número pode ser 0?

Problema 12. Um tabuleiro de xadrez  $8 \times 8$  pode ser preenchido com dominós  $1 \times 2$  de modo a sobrarem apenas as casas a1 e h8?

Problema 13. Em um destacamento de 100 soldados, a cada noite 3 deles ficam de serviço. É possível que depois de algum tempo algum soldado tenha estado de serviço junto com cada outro exatamente 1 vez?

Problema 14. Um caracol está se movendo em um plano com velocidade constante, fazendo um ângulo reto a cada 15 minutos. Mostre que ele só pode voltar ao ponto de partida depois de um número inteiro de horas.

Problema 15. De 101 moedas, 50 são falsas e diferem das autênticas em peso por 1 grama. Gugu tem uma balança que mostra a diferença em peso entre objetos colocados em cada prato. Ele escolhe uma moeda e quer descobrir se é falsa realizando apenas uma pesagem. Ele pode fazer isso?

Problema 16. É possível arrumar os números de 1 a 9 em uma ordem de modo que exista uma quantidade ímpar de números entre 1 e 2, entre 2 e 3, ..., entre 8 e 9?