

11ª. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL

14 a 19 de abril, Montevideo - Uruguai

Primeiro Dia

Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 1

Dizemos que um número é descendente se cada um de seus dígitos é menor do que ou igual ao dígito anterior, da esquerda para a direita. Por exemplo, 4221 e 751 são números descendentes, enquanto 476 e 455 não são descendentes. Determine se existem inteiros positivos n para os quais 16^n é descendente.

PROBLEMA 2

Em um tabuleiro 8×8 distribuímos os inteiros de 1 a 64, um em cada casa.

A seguir, colocam-se sobre o tabuleiro fichas quadradas 2×2 , que cobrem exatamente quatro casas (sem superposição) e de modo que os quatro números cobertos por cada ficha determinem uma soma menor que 100.

Mostrar uma distribuição desses inteiros que permita colocar o maior número de fichas, e demonstrar que não é possível obter uma distribuição que permita colocar mais fichas.

PROBLEMA 3

Um quadrado de lado 2 é dividido em retângulos mediante várias retas paralelas aos lados (algumas horizontais e outras verticais). Os retângulos são coloridos alternadamente de preto e branco, como se fosse um tabuleiro de xadrez. Se deste modo a área branca resultou igual a área preta, demonstrar que ao recortar os retângulos pretos ao longo de seus bordos, é possível formar com estes (sem superposição) um retângulo preto 1×2 .

11ª. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL

14 a 19 de abril, Montevideo - Uruguai

Segundo Dia

Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 4

Sejam $ABCD$ um quadrado (sentido horário) e P um ponto qualquer pertencente ao interior do segmento BC . Constrói-se o quadrado $APRS$ (sentido horário).

Demonstrar que a reta CR é tangente a circunferência circunscrita ao triângulo ABC .

PROBLEMA 5

No plano cartesiano, considere os pontos de coordenadas inteiras. Uma operação consiste em:

Escolher um destes pontos e realizar uma rotação de 90° . no sentido anti-horário, com centro neste ponto.

É possível, através de uma seqüência dessas operações, levar o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, e $(0, 1)$ no triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$?

PROBLEMA 6

Existe um inteiro positivo divisível pelo produto de seus algarismos e tal que esse produto é maior que 10^{2000} ?