

I OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL
Uruguai, 1988

PROBLEMA 1

Dois triângulos isósceles cujos lados medem x, x, a e x, x, b , respectivamente, têm área igual; $a \neq b$.

Encontre x .

PROBLEMA 2

Encontre a soma $1 + 11 + 111 + 111\dots 111$, que tem n parcelas.

PROBLEMA 3

Um número p se diz perfeito se a soma de seus divisores, exceto o próprio p , dá como resultado p . Seja f uma função tal que:

$$f(n) = 0 \text{ se } n \text{ é perfeito}$$

$$f(n) = 0 \text{ se o dígito das unidades de } n \text{ é } 4$$

$$f(a.b) = f(a) + f(b)$$

Calcular $f(1988)$.

PROBLEMA 4

Considera-se um número n de quatro dígitos, quadrado perfeito, tal que todos seus dígitos são menores que 6. Se a cada dígito lhe é somado 1, o número resultante é outro quadrado perfeito.

Encontre n .

PROBLEMA 5

No quadrado $ABCD$ consideram-se as diagonais AC e BD . Seja P um ponto qualquer pertencente a um dos lados.

Demonstrar que a soma das distâncias de P às duas diagonais é constante.

PROBLEMA 6

Demonstrar que reduzindo as dimensões de um tijolo não se pode obter um outro que tenha, ao mesmo tempo, a metade do volume e a metade da superfície do primeiro.