10ª. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL

17 a 24 de maio, Córdoba - Argentina

Primeiro Dia
Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 1

Achar o menor inteiro positivo n tal que as 73 frações

$$\frac{19}{n+21}, \frac{20}{n+22}, \frac{21}{n+23}, \ldots\ldots\ldots, \frac{91}{n+93}$$

Sejam todas irredutíveis.

PROBLEMA 2

Seja ABC um triângulo retângulo em A. Construir o ponto P sobre a hipotenusa BC, tal que se Q for o pé da perpendicular traçada desde P ao cateto AC, então a área do quadrado de lado PQ é igual à área do retângulo de lados iguais a PB e PC. Mostrar os passos da construção.

PROBLEMA 3

Há 1999 bolinhas em uma reta; algumas são vermelhas e as demais azuis (poderiam ser todas vermelhas ou todas azuis). Debaixo de cada bolinha escrevemos o número igual à soma da quantidade de bolinhas vermelhas à direita dela mais quantidade de bolinhas azuis à esquerda dela. Se, na sequência de números assim obtida, houver exatamente três números que aparecem uma quantidade ímpar de vezes, quais podem ser estes três números?

Segundo Dia
Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 4

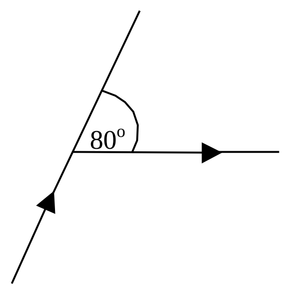
Seja A um número de seis algarismos, três dos quais estão coloridos e são iguais a 1, 2 e 4.
Demonstrar que é sempre possível obter um número que é múltiplo de 7, efetuando uma só das seguintes operações: ou suprimir os três algarismos coloridos, ou escrever todos os algarismos de A em alguma ordem.

PROBLEMA 5

É dado um quadrado de lado1. Demonstrar que, para cada conjunto finito de pontos no bordo do quadrado, é possível achar um vértice do quadrado com a seguinte propriedade: a média aritmética dos quadrados das distâncias de tal vértice aos pontos do conjunto é maior ou igual a $\frac{3}{4}$.

PROBLEMA 6

Uma formiga caminha pelo piso de um pátio circular de raio *r* e avança em linha reta, mas às vezes se detém. Cada vez que se detém, antes de continuar a caminhar, gira 60^o alternando o sentido (se da última vez ela girou 60^o para a direita da próxima vez gira 60^o para a esquerda, e vice-versa). Achar o maior comprimento possível do caminho percorrido pela formiga. Demonstrar que o comprimento assim obtido é efetivamente, o máximo possível



Giro de 60^o à direita.