

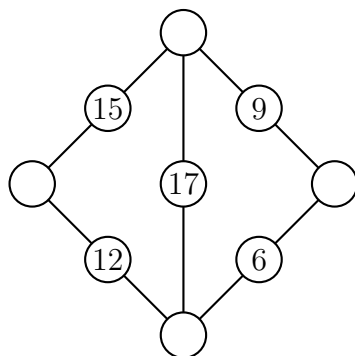


São Tomé e Príncipe - 2018

São Tomé, 05/09/2018

## Primeiro dia

1. Preenche os cantos do quadrado, de modo que a soma dos números em cada uma das 5 linhas do quadrado seja a mesma e a soma dos quatro cantos seja 123.



2. Num triângulo  $ABC$ , retângulo em  $A$  e isósceles, sejam  $D$  um ponto no lado  $AC$  ( $A \neq D \neq C$ ) e  $E$  o ponto no prolongamento de  $BA$  tal que o triângulo  $ADE$  é isósceles. Sejam  $P$  o ponto médio do segmento  $BD$ ,  $R$  o ponto médio do segmento  $CE$  e  $Q$  a interseção entre  $ED$  e  $BC$ .

Prova que o quadrilátero  $ARQP$  é um quadrado.

3. Para cada inteiro positivo  $n$ , seja  $S(n)$  a soma dos algarismos de  $n$ .

Determina o menor inteiro positivo  $a$  tal que existem infinitos inteiros positivos  $n$  para os quais se tem

$$S(n) - S(n + a) = 2018.$$



São Tomé e Príncipe - 2018

São Tomé, 06/09/2018

## Segundo dia

4. Determine os pares de números inteiros positivos  $m$  e  $n$  que satisfazem a equação

$$m^2 = n^2 + m + n + 2018.$$

5. Determine as progressões geométricas crescentes, com três termos inteiros, tais que a soma desses termos é 57.
6. Num tabuleiro  $3 \times 25$  são colocadas peças  $1 \times 3$  (na vertical ou na horizontal) de modo que ocupem inteiramente 3 casas do tabuleiro e não se toquem em nenhum ponto.  
Qual é o número máximo de peças que podem ser colocadas, e para esse número, quantas configurações existem?