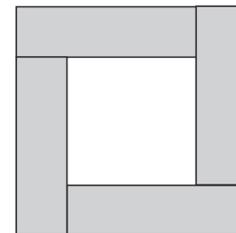


# 40ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Fase Única – Nível 1 (6º ou 7º ano)



1. Um quadrado é formado por quatro retângulos congruentes e um quadrado menor no seu interior, conforme a figura. Os retângulos, em cinza, têm perímetro de 24 cm cada um.



- Quanto mede o lado do quadrado maior?
- Considere os casos em que a medida do lado do quadrado interior é um número inteiro de centímetros. Quantas são essas medidas?

2. Considere abaixo as sequências de números inteiros que possuem as duas propriedades a seguir:

- Os dois primeiros termos são dados.
  - Cada um dos termos seguintes é o resto da divisão por 9 do produto dos dois termos anteriores.
- Qual é o vigésimo termo da sequência 2, 3, ...?
  - Qual é o 2018º termo da sequência 1, 2, ...?
  - Apresente duas sequências cujo 2018º termo é igual a 1.

3. Pablo viajava por um reino distante e chegou a uma estalagem onde queria ficar por uma semana. Ele não tinha nenhum dinheiro do país, mas tinha uma corrente com 7 elos de ouro que ofereceu ao estalajadeiro para pagamento da hospedagem e da comida. O estalajadeiro gostou da corrente, queria ficar com ela e disse que aceitaria a proposta desde que Pablo pagasse 1 elo a cada dia. E assim ficou combinado. Pablo pensou em cortar alguns elos da corrente para fazer o pagamento diário e assim, no final dos 7 dias, o estalajadeiro poderia reconstituir a corrente inteira.



- Mostre que Pablo poderia fazer o pagamento de 1 elo a cada dia cortando apenas 1 elo da corrente. Note que ele pode receber elos do estalajadeiro como troco.

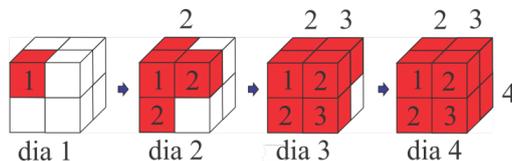
Anos depois, Pablo voltou à mesma estalagem e, novamente, não tinha nenhum dinheiro do país. Desta vez, como pretendia passar 3 semanas, levava uma corrente com 21 elos de ouro. A negociação com o estalajadeiro foi feita da mesma forma e Pablo deveria pagar, diariamente, 1 elo da sua corrente.

- Qual é o número mínimo de elos que Pablo deveria cortar para fazer o pagamento diário?

4. Ana, Bruno, Célia e Dirce estão num parque e resolvem brincar com uma bola. Cada criança que recebe a bola deve passá-la para outra criança. De quantas maneiras diferentes Ana pode ser a primeira a jogar a bola e a bola voltar para ela após:

- 3 jogadas? Por exemplo, Ana joga para Bruno, que joga para Dirce, que joga de volta para Ana.
- 4 jogadas? Por exemplo, Ana joga para Bruno, que joga de volta para Ana, que joga para Célia, que devolve para Ana.
- 10 jogadas?

5. Um cubo  $n \times n \times n$  é formado por cubinhos unitários e tem, inicialmente, um cubinho vermelho em somente um de seus vértices. Numeramos esse cubinho com o número 1. A cada dia a partir do dia 2, os cubinhos vizinhos (cubinhos com faces comuns) a cubinhos vermelhos também ficam vermelhos e são numerados com o número do dia.



Por exemplo, o cubo  $2 \times 2 \times 2$  acima, no primeiro dia, tem um cubinho vermelho com o número 1, no segundo dia tem quatro cubinhos vermelhos, um com o número 1 e três com o número 2, no terceiro dia tem sete, um cubinho com o número 1, três com o número 2 e quatro com o número 3, e somente no quarto dia terá todos os seus cubinhos na cor vermelha. Para representar a numeração final podemos usar  $n$  tabuleiros representando cada uma das camadas do cubo. Por exemplo, para o cubo  $2 \times 2 \times 2$  acima temos as seguintes camadas:

1	2
2	3

2	3
3	4

a) Na figura a seguir temos as quatro camadas do cubo  $4 \times 4 \times 4$  e os cubos numerados com 1 e 2. Copie esses 4 tabuleiros no caderno de respostas e preencha os números de cada cubinho.

1	2		
2			

2			



b) Num cubo  $10 \times 10 \times 10$ , quantos cubinhos de lado 1 são numerados com 7? E quantos são numerados com 13?

c) Num cubo  $n \times n \times n$ , qual o número que aparece mais vezes na numeração dos cubinhos? (Sua resposta depende de  $n$ ).