Transformações Geométricas

Semana Olímpica 2019 - Nível 2

Ana Karoline

❖ Translação:

1) Seja M e N os pontos médios dos lados de um quadrilátero AD e BC de um quadrilátero ABDC. Prove que se 2MN = AB + CD então AB||CD.

2) Seja P um ponto no interior de um retângulo ABCD tal que ∠BPC + ∠APD = 180. Determine ∠BCP + ∠DAP

3) Seja um trapézio com BC||AD e seja M a interseção das bissetrizes dos ângulos ∠A e ∠B. Além disso, seja N a interseção das bissetrizes dos ângulos ∠C e ∠D. Prove que 2MN = |AB + CD – BC – AD|

4) Dois círculos, S_1 e S_2 e uma reta l são dados. Construa uma reta, paralela a l, tal que a distância entre os pontos de interseção desta reta com os círculos S_1 e S_2 seja igual a um dado valor a.

❖ Simetria:

5) Determine o triângulo de perímetro mínimo inscrito em um triângulo acutângulo.

6) Seja ABC um triângulo acutângulo. Encontrar o ponto interior que minimiza a soma AP + BP + CP.

7) Seja ABCDEF um hexágono convexo com AB = BC = CD, DE = EF= FA, e ∠BCD = ∠EFA = 60º. Sejam G e H dois pontos no interior do hexágono tais que ∠AGB = ∠DHE = 120º. Prove que AG + GB + GH + DH + HE ≥ CF.

8) Dado o triângulo ABC com ortocentro H e circuncentro O, seja P a interseção do lado AB com a reflexão do lado BC em relação a HO. Prove que ∠PHO = ∠ABC.

❖ Rotação:

9) Sobre os lados de um triângulo qualquer ABC, triângulos ABR, BCP e CAQ são construídos, externamente, com ∠CBP = ∠CAQ = 45º, ∠BCP = ∠ACQ = 30º, ∠ABR = ∠BAR = 15º. Prove que ∠QRP = 90º e QR = RP

10) Seja ABC um triângulo escaleno. Se exteriormente são construídos triângulos equiláteros ABM, BCN e ACP, prove que os baricentros desses triângulos são vértices de um triângulo equilátero.

11) O ponto M está no interior do quadrilátero convexo ABCD de modo que os triângulos AMB e CMD sejam isósceles(AM = MB, CM = MD) e ∠AMB = ∠CMD = 120º. Prove que existe um ponto N tal que os triângulos BNC e DNA sejam equiláteros.

12) Em um plano considere uma reta q e um ponto A fixo, não pertencente a g. Um ponto P corre sobre g. Determine o conjunto dos pontos X do plano de modo que X , A e P sejam vértices de um triângulo equilátero.

❖ <u>Homotetia</u>:

13) Prove que o circuncentro O, o baricentro G e o ortocentro H de um triângulo ABC são colineares. Em seguida, prove que HG = 2GO.

14) Considere que uma circunferência K_1 tangente internamente uma outra circunferência K_2 em um ponto P. Seja AB uma corda de K_2 que tangencia K_1 em X e X' o ponto médio do arco AB que não contém P. Prove que P, X e X' são colineares.

15) Uma corda MN é desenhada no círculo W. Em um dos segmentos circulares, os círculos W_1 e W_2 são inscritos tocando o arco em A e C e a corda em B e D. Mostre que o ponto de interseção de AB e CD independe de AB e CD e da escolha de W_1 e W_2.

16) Três círculos congruentes têm um ponto comum O e estão no interior de um triângulo. Cada círculo é tangente a dois lados do triângulo. Prove que o incentro e o circuncentro do triângulo e o ponto O são colineares.

17) Seja ABC um triângulo e sejam K e L os pontos de tangência do incírculo e ex-incírculo relativo a A em BC. Então A, L e o ponto K' diametralmente oposto a K no incírculo são colineares.

18) Seja I e O o incentro e o circuncentro do triângulo ABC. Sejam D, E e F os pontos de tangência do círculo de centro I com os lados BC, CA e AB. Dado H o ortocentro do triângulo DEF. Prove que I, O e H são colineares.

<u>**Sejam I e O o incentro e o**</u>
circuncentro do ABC. Sejam A , B , C os pontos de tangência do círculo de centro I com os lados BC, CA, AB. Seja H o ortocentro
<u>**do A B C . Prove que I, O e H são colineares**</u>

<u>Reflexão</u>:

<u>Rotação</u>:

<u>Homotetia</u>: