

41ª Olimpíada Brasileira de Matemática
Fase Única - Nível 1 (6º e 7º ano)

► **PROBLEMA 1**

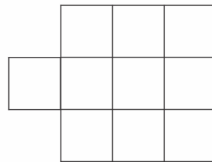
As letras O , B e M representam números inteiros positivos nas potências a seguir, tais que

$$2^O + 2^B + 2^M = 24.$$

- a) Em um caso em que O , B e M representam o mesmo número, qual número é esse?
- b) Mostre por que O não pode ser igual a 1.
- c) Em um caso em que O vale o dobro de M , qual é o valor de B ?

► **PROBLEMA 2**

Betinha tem 3 fichas brancas, 4 pretas e 3 cinzas, todas de mesmo formato e diferentes apenas em relação à cor. Ela coloca fichas no tabuleiro a seguir, formado por quadradinhos iguais, no máximo uma ficha por quadradinho.

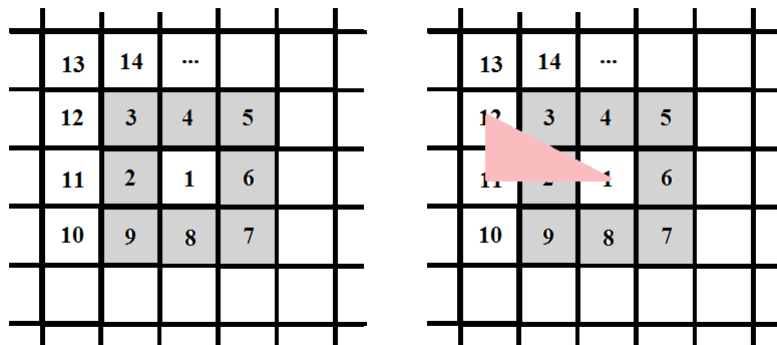


De quantas maneiras diferentes ela pode colocar no tabuleiro

- a) exatamente três fichas, sendo uma ficha branca, uma preta e uma cinzenta somente na primeira linha horizontal?
- b) exatamente três fichas pretas somente na segunda linha horizontal?
- c) exatamente três fichas de cores diferentes?
- d) todas as dez fichas, de modo que em dois quadradinhos com um lado comum não haja duas fichas pretas?

► **PROBLEMA 3**

A figura a seguir representa um tabuleiro muito grande, formado por quadradinhos de lado 1 cm , em que os números inteiros positivos são preenchidos em ordem crescente, começando pelo 1 e formando “camadas” em torno do 1, conforme mostrado na figura abaixo. A primeira camada é formada apenas pelo número 1, a segunda camada é formada pelos números de 2 até 9 e, imediatamente após completar a segunda camada, começa a terceira camada com o número 10 no quadradinho à esquerda do 9.



- a) Qual é o último número da terceira camada?

Para calcular a distância do quadrado 1 até um quadrado N que não esteja na sua linha nem na sua coluna, podemos formar um triângulo com um lado horizontal, um lado vertical e o terceiro lado ligando o centro do quadrado 1 até o centro do quadrado N . Por exemplo, na figura à direita temos o triângulo que poderia ser usado para calcular a distância do quadrado 1 até o quadrado 12. Veja que ele possui vértices nos centros dos quadrados 1, 11 e 12. O lado horizontal mede 2 cm e o lado vertical mede 1 cm .

- Determine os lados horizontal e vertical do triângulo que poderia ser usado para calcular a distância do quadrado 1 até o quadrado 33.
- Determine os lados horizontal e vertical do triângulo que poderia ser usado para calcular a distância do quadrado 1 até o quadrado 2019.

► **PROBLEMA 4**

Os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 devem ser colocados, um em cada casa do desenho, cumprindo as condições a seguir:

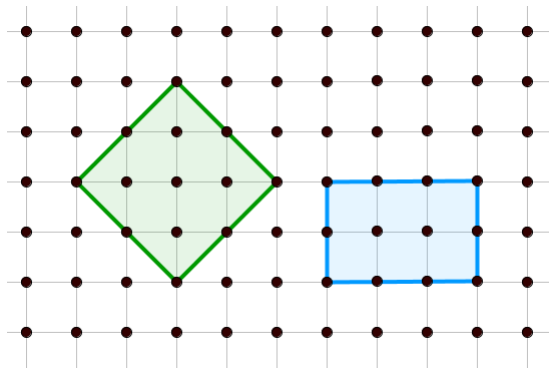
0		
x		8
y		

- Cada número aparece exatamente uma vez.
- As quatro somas dos números das três barras horizontais de três casas e da barra vertical de cinco casas devem ser todas iguais.
- Os números 0 e 8 já estão posicionados e não podem ser movidos.

Encontre todos os possíveis valores de $x + y$ e, para cada valor, apresente um exemplo de como colocar todos os números nas casas do desenho.

► **PROBLEMA 5**

A figura a seguir mostra uma malha quadriculada infinita, formada por quadradinhos de lado 1 cm , com os vértices dos quadradinhos destacados.



Observe que um quadrado e um retângulo com vértices na malha estão destacados. O quadrado possui exatamente 5 pontos da malha em seu interior e o retângulo possui exatamente 2 pontos da malha em seu interior.

- Apresente um retângulo com vértices na malha e que possui exatamente 2019 pontos da malha em seu interior.
- Mostre que existem dois quadrados com vértices na malha e com lados não paralelos, de modo que existem exatamente 100 pontos da malha no interior de cada um.
- Mostre que existe um quadrado com vértices na malha e que possui exatamente 84 pontos da malha em seu interior.