Escalas, escaleras, juegos y juguetes

Diego Eloi

9 de janeiro de 2020

Problema Resolvido 1 Wanessa tem uma bolsa cheia de castanhas que pesam, no total, 2600g e uma balança de dois pratos, além de 2 pesos: um de 20g e outro de 30g. Como Wanessa conseguirá, após 3 pesagens, separar 300g de castanhas?

Solução: Na primeira pesagem, podemos colocar em um dos pratos os pesos de 20g e 30g e do outro lado as castanhas até equilibrar, nos dando um total de 50g de castanha. Para a segunda pesagem, podemos juntar os 50g de castanha com os dois pesos, formando 100g, e equilibrar com 100g de castanhas do outro lado da balança, nos dando um total de 150g de castanha. Para a última pesagem, basta colocarmos as 150g de castanhas de um dos lados e equilibrar com mais 150g, nos dando um total de 300g de castanha.

Problema Resolvido 2 Imagine que seja necessário obter 1.500g de farinha utilizando-se uma balança de dois pratos, mas dispondo-se apenas de dois pesos, um de 700g e outro de 1.100g. Encontre a quantidade mínima de pesagens necessárias para se obter exatamente a massa requerida.

Solução: Podemos fazer isso com 2 pesagens. Basta que, na primeira pesagem, coloquemos um peso de cada lado e completemos com farinha o lado mais leve até equilibrar, o que nos dará 400g de farinha. Após isso, de um lado colocamos as 400g de farinha junto com o peso de 1100g, gerando um total de 1500g. Logo, basta colocarmos no outro prato 1500g de farinha até equilibrar.

Problema 1 Oito bolinhas de gude têm o mesmo tamanho e cor. Sete delas têm o mesmo peso e a restante é mais pesada que as demais. Temos uma balança de dois pratos. Como podemos encontrar a bolinha mais pesada fazendo apenas duas pesagens?

Problema 2 Você tem 82 moedas, e sabe que uma delas é mais leve do que as demais. As outras 81 têm o mesmo peso. É possível determinar a moeda mais leve com quatro pesagens em uma balança de dois pratos?

Problema 3 Suponha agora que temos 12 moedas, e sabemos que uma é falsa e tem peso diferente das demais, mas não sabemos se é mais leve ou mais pesada. Mostre como determinar a moeda falsa e se ela é mais leve ou mais pesada com três pesagens.

Problema 4 (Rioplatense/2018) Ana e Beto tem 8 pesos, todos com cores diferentes e uma balança de dois pratos. Eles sabem que os pesos têm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 gramas, mas somente Ana sabe que cor corresponde a qual peso. Uma *operação* consiste em colocar pesos em cada prato da balança de modo que a balança fique equilibrada. Ana quer realizar uma série de operações que permitam que Beto, vendo o que ela faz, determine com certeza a cor que pesa 1g. Qual a menor quantidade de operações que Ana deve fazer para alcançar seu objetivo? Determine quais são essas operações e como fazer para Beto determinar a cor da que pesa 1g. Explique ainda porque o objetivo não pode ser alcançado com menos operações. **Observação:** A balança se equilibra quando os objetos colocados em um de seus pratos têm o mesmo peso dos objetos colocados no outro prato.

Problema 5 (OCM/2016) Um comerciante de tijolos possui 100 tijolos, distribuídos em dez pilhas de dez tijolos. Ele possui também uma balança, que mede com precisão o peso de qualquer quantidade de tijolos. Sabe-se que em uma das pilhas cada tijolo pesa exatamente 999 gramas e que nas outras nove pilhas cada tijolo pesa exatamente 1000 gramas, mas não se sabe em qual das pilhas estão os tijolos de 999 gramas. Explique como o comerciante, fazendo apenas uma pesagem, pode identificar a pilha que contém os tijolos de 999 gramas.

Problema 6 (Rioplatense/2017) Temos 10 bolinhas: duas azuis, duas brancas, duas pretas, duas vermelhas e duas verdes. Dessas bolinhas, 8 têm o mesmo peso. As outras duas são da mesma cor, têm o mesmo peso, e cada uma delas pesa 1 grama a mais que as outras 8 bolinhas. Temos uma balança especial de dois pratos: ao colocarmos dois grupos de bolinhas nos pratos da balança, ela não apenas diz qual dos dois grupos é o mais pesado e quanto é a diferença exata entre os pesos dos dois grupos. Qual é o menor número de pesagens que são necessárias para determinar com certeza qual a cor das bolinhas mais pesadas?

Problema 7 (Maio/2014) Dadas 6 bolinhas: 2 brancas, 2 verdes, 2 vermelhas, sabemos que há uma branca, uma verde e uma vermelha que pesam 99 g cada uma e que as demais bolinhas pesam 101 g cada uma. Determine o peso de cada bolinha usando duas vezes uma balança de dois pratos. Obs: Uma balança de dois pratos somente informa se o prato esquerdo pesa mais, igual ou menos do que o prato direito.

Problema 8 Saulo e Samia lançam um dado por turno e quem começa é Samia. Cada um vai somando os pontos obtidos pelas faces que ficam para cima. Saulo tem tanta má sorte que, a cada 5 lançamentos consecutivos, obtém pelo menos um 1 e a cada três lançamentos consecutivos, obtém, pelo menos, um 2. Por outro lado, a cada seis lançamentos consecutivos Samia obtém, pelo menos, quatro vezes o 6. Ganha o primeiro jogador que obtém 58 pontos ou mais. Será possível Saulo ganhar de Samia? Se for possível, mostre como ele pode fazê-lo e se não for possível, explicar por que.

Problema 9 Em um tabuleiro com casinhas quadradas, André e Bianca, por sua vez, colocam uma peça de dominó cobrindo exatamente duas casinhas vazias. Perde o jogador que, em sua vez, não conseguir colocar uma peça. André é o primeiro a jogar. Para cada um dos seguintes tabuleiros, descubra qual jogador possui a estratégia vencedora e como ele deve jogar.

a) Um tabuleiro com 3 linhas e 3 colunas.
b) Um tabuleiro de 3 linhas e 4 colunas.

Problema 10 (Rioplatense/2016) Para o jogar o jogo "Quite Siete", são colocadas 100 moedas ao redor de uma circunferência, uma ao lado da outra. Dois jogadores, A e B, jogam por turnos. Em seu turno, cada jogador deve tirar 7 moedas, a sua escolha. A joga primeiro, e o jogo termina quando sobram 2 moedas. Se essas duas moedas eram vizinhas ao começar o jogo, ganha o jogador B, caso contrário, A vence. Qual dos jogadores possui a estratégia vencedora? Mostre como tal jogador deve jogar e explicar porque desse modo ele ganha independente das jogadas do outro jogador.

Problema 11 Ana e Bruno jogam um jogo com 2015 cartões numerados de 1 a 2015. Ana começa o jogo e os dois jogam alternadamente. Na sua vez, cada um escolhe um dos cartões, retira e anota o dígito das unidades do número do cartão. Ao final, quando não houver mais cartões, cada jogador calcula a soma dos dígitos que ele anotou. Ana ganha se a soma obtida é maior que a soma obtida por Bruno. Em qualquer outro caso, Bruno ganha. Qual dos dois jogadores possui uma estratégia vencedora? Mostre como cada um deve jogar e porque esse jogador sempre ganha.

Problema 12 (OCM-2014) Considere o jogo de dois jogadores cujas regras são explicadas a seguir. No início, tem-se uma caixa contendo 2014 bolas de gude e cada jogador possui uma sacola contendo 100 bolas de gude. Cada jogador, na sua vez de jogar, escolhe uma das duas ações a seguir (se apenas uma das ações é possível, ele escolhe tal ação):
(i) Retirar 11 bolas de gude da sua sacola e colocar tais bolas de gude na caixa (desde que haja pelo menos 11 bolas de gude na sua sacola).
(ii) Retirar 13 bolas de gude da caixa e colocar tais bolas de gude em sua sacola (desde que haja pelo menos 13 bolas de gude na caixa).
Um jogador é declarado vencedor se, após sua jogada, ou houver 2015 bolas de gude na caixa ou o outro jogador não conseguir mais jogar (um jogador não consegue jogar se houver menos de 11 bolas de gude em sua sacola e menos de 13 bolas de gude na caixa). Mostre que o primeiro jogador possui uma estratégia para ganhar o jogo, independentemente de como o segundo jogador faça as suas jogadas.