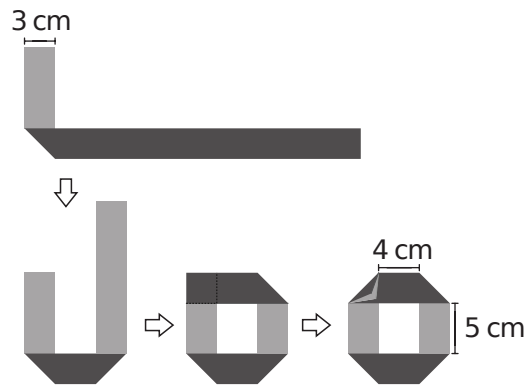


Geometria com Dobraduras

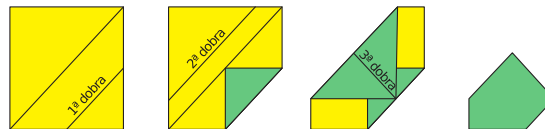
Prof. Bruno Holanda

1 Problemas

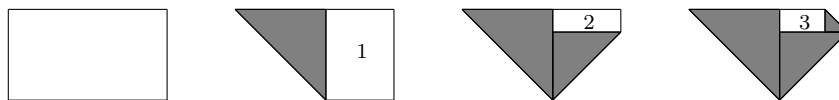
Problema 1. (OBMEP 2015) Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3cm de largura, como mostrado na figura. As dobras foram feitas de modo que cada uma delas forma um ângulo de 45° com os lados da tira. Qual é o comprimento da tira original?



Problema 2. (OBMEP 2019) Uma folha quadrada de 8cm de lado foi dobrada três vezes, conforme mostrado nas seguintes figuras. A primeira e a segunda dobras ficaram paralelas a uma diagonal da folha, ao passo que a terceira dobra ficou perpendicular a essa diagonal. Qual é a área da figura final?



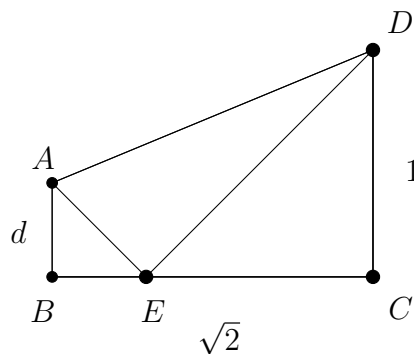
Problema 3. (Olimpíada de Maio 2012) Uma folha de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada três vezes, como mostra a figura abaixo.



O retângulo 1, que ficou da cor branca após a primeira dobra, tem 10 cm a mais de perímetro que o retângulo 2, que ficou branco após a segunda dobra, e este por sua vez tem 10 cm a mais de perímetro que o retângulo 3, que ficou branco após a terceira dobra. Determine o perímetro da folha branca inicial.

Problema 4. (Olimpíada de Maio 2006) Um retângulo de papel $3\text{cm} \times 9\text{cm}$ é dobrado ao longo de uma reta, fazendo coincidir dois vértices opostos. Deste modo se forma um pentágono. Calcular sua área.

Problema 5. Uma folha de papel com lados de comprimentos 1cm e $\sqrt{2}\text{cm}$ foi dobrada, como mostrado na figura abaixo, de modo que um vértice fique sobre o lado oposto. Qual o valor do comprimento d em centímetros?

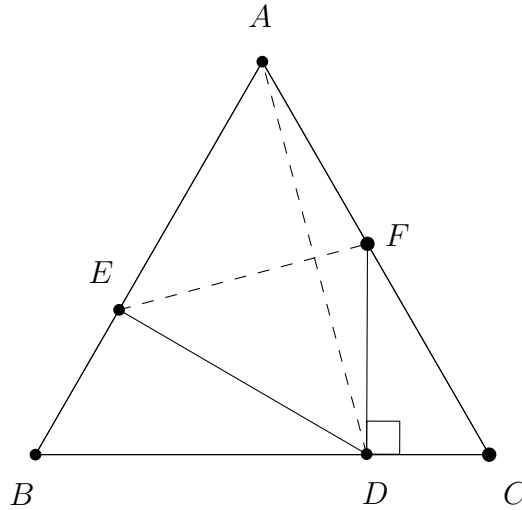


2 Problemas de Aprofundamento

Problema 6. Seja $ABCD$ um folha retangular de papel. Utilizando apenas dobraduras retas no papel, mostre como encontrar um ponto E sobre a diagonal AC de modo que $AE = 2EC$.

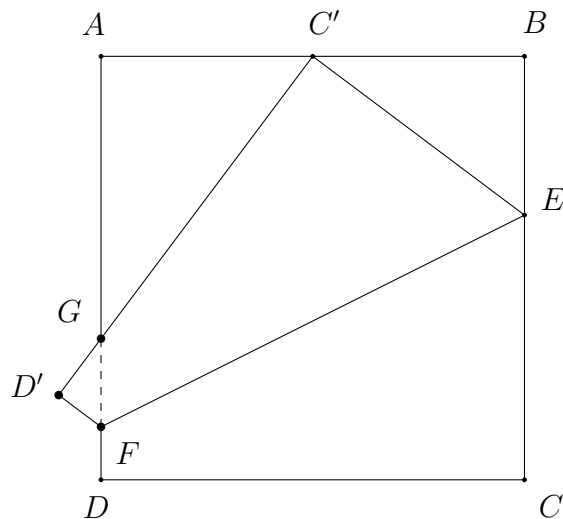
Problema 7. (Ibero 2003) Em um quadrado $ABCD$, sejam P e Q pontos nos lados BC e CD respectivamente, diferentes de seus extremos, tais que $BP = CQ$. Considere os pontos X e Y tais que $X \neq Y$, sobre os segmentos AP e AQ respectivamente. Mostre que, para quaisquer X e Y escolhidos, existe um triângulo cujos lados têm os comprimentos BX , XY e DY .

Problema 8. Na figura a seguir, ABC é um triângulo equilátero de papel com lado 1 m que foi dobrado ao longo do segmento EF de modo que o vértice A caísse sobre o lado BC , onde está o ponto D na figura. Suponha que DF é perpendicular a BC .



- Determine o ângulo $\angle AED$.
- Determine o comprimento do segmento CD .
- Determine a razão entre as áreas dos triângulos AEF e ABC .

Problema 9. Na figura a seguir, $ABCD$ é um quadrado de papel que foi dobrado ao longo do segmento FE de modo que o vértice C coincida com o vértice C' e D com D' .



2 PROBLEMAS DE APROFUNDAMENTO

- (a) Verifique que $C'D'$ é tangente ao círculo com centro C e raio CB .
- (b) Verifique que o perímetro do triângulo GAC' é igual à metade do perímetro de $ABCD$.
- (c) Verifique que $AG = C'B + GD'$.
- (d) Verifique que a soma dos perímetros dos triângulos $C'BE$ e $GD'F$ é igual ao perímetro do triângulo GAC' .
- (e) Verifique que o perímetro do triângulo $GD'F$ é igual ao comprimento do segmento AC' .
- (f) O incírculo de um triângulo é o círculo que é tangente aos seus três lados. Verifique que o raio do incírculo do triângulo GAC' é igual ao comprimento do segmento GD' .