COLORAÇÕES ESPERTAS

Márcio Henrique Augusto Gomes[1]

1 O QUE É UMA PROVA DE COLORAÇÃO ESPERTA?

Uma prova de coloração é uma espécie de prova invariável que pode ser usada principalmente para provar que algo não é possível. A essência das provas invariáveis é retirar do problema quaisquer detalhes desnecessários e manter apenas a informação que melhor descreve por que algo não é possível, tornando muito fácil seguir provas invariáveis. Eles fazem isso encontrando algo que é invariável, constante, que não muda ao longo do problema, tornando impossível tudo o que exigiria essa constante para mudar. provas de coloração espertas são provas invariáveis que têm invariantes que aparecem quando você colore no padrão correto. Tornando-os um método perfeito para resolver problemas de tabuleiros, que podem facilmente conter padrões.

Alguns Problemas versam sobre a possibilidade de cobrir um tabuleiro com determinadas peças, ou ainda, perguntam se fazendo algumas operações podemos obter determinado estágio. Nesses casos iremos procurar por colorações, simetrias ou até mesmo a paridade para poder determinar algum invariante. para resolver esses tipos de invariante, vamos seguir as seguinte regras:

(i). Procure uma determinada coloração para pintar o tabuleiro. A coloração xadrez pode ser a mais utilizada, mas não é a única. Use sua criatividade.

(ii). Determine o invariante nesses tabuleiro. procure alguma propriedades sempre observando as cores que você pintou.

(iii). Conclua se é possível chegar em determinado estado partindo partindo desse estágio. Vejamos alguns exemplos desse tipo de invariante.

1. É possível mover um cavalo em um tabuleiro de xadrez 5×5 para que ele retorne à sua posição original após ter visitado cada casa do tabuleiro exatamente uma vez?

2. Um tabuleiro 8×8 é colorido de branco e preto da maneira usual, e cada casa contém um inteiro. Sabemos que a soma dos números em cada coluna e a soma dos números em cada linha é par. Mostre que a soma dos números nas casa pretas é par

3. (Maio 2016)Quantas casas devem ser pintadas no mínimo em um tabuleiro 5×5 de tal modo que em cada linha, em cada coluna e em cada quadrado 2×2 haja pelo menos uma casa pintada?

4. (cone sul 2009) Ana e Beto jogam em um tabuleiro de 11 linhas e 9 colunas. Primeiro Ana divide o tabuleiro em 33 zonas. Cada zona é formada por 3 casas adjacentes alinhadas

[1] 25 Semana Olímpica, marcioita@hotmail.com

vertical ou horizontalmente, como mostra a figura. Depois, Beto escreve em cada casa um dos números 0,1,2,3,4,5, de modo que a soma dos números de cada zona seja igual a 5. Beto ganha se a soma dos números escritos em cada uma das 9 colunas do tabuleiro é um número primo; caso contrário, Ana ganha. Quem tem uma estratégia vencedora?

5. (SL-cone sul 2012) Anita quer cobrir um tabuleiro de grade 13×13 com várias tiras de papel 2×6, para que nenhum quadrado fique descoberto. Quantas tiras Anita deve usar pelo menos? Esclarecimento: As tiras podem ser sobrepostas e giradas. Cada tira deve cobrir exatamente 12 quadrados no tabuleiro.

6. (SL-cone sul 2012) Um dominó é um retângulo de 1×2 ou 2×1. Diego joga para cobrir completamente um tabuleiro de 6×6 usando 18 peças de dominó. Determine o menor inteiro positivo k para o qual Diego pode colocar k dominós no tabuleiro (sem sobreposição) de modo que o restante do tabuleiro possa ser coberto exclusivamente usando os dominós restantes.

7. (CONE SUL 2016) Qual é o maior número de casas que se pode colorir num tabuleiro 7×7 de maneira que todo subtabuleiro 2×2 tenha no máximo 2 casas coloridas?

8. (Maio 2017) Você tem um tabuleiro 7×7. Você quer pintar alguns de seus quadrados de forma que qualquer subquadro 3×3 tenha mais quadrados pintados do que não pintados. Qual é o menor número de quadrados que devem ser pintados? Mostre uma configuração com essa quantidade de quadrados pintados e explique por que não é possível com menos. ESCLARECIMENTO: Um subquadro 3×3 é um quadrado formado por 9 quadrados no tabuleiro.

9. (IMOSL 2014) Construa um tetrominó anexando dois dominós 2×1 ao longo de seus lados mais longos, de modo que o ponto médio do lado mais longo de um dominó seja um canto do outro dominó. Essa construção produz dois tipos de tetrominós com orientações opostas. Vamos chamá-los de S- e Z-tetrominós, respectivamente. (a) S-tetrominós (b) Z-tetrominós Suponha que um polígono de rede P possa ser ladrilhado com S-tetrominós. Prove que não importa como nós colocamos P usando apenas S- e Z-tetrominós, sempre usaremos um número par de Z-tetrominós.

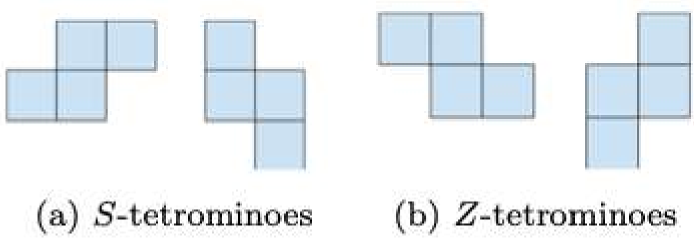

Figura 1 – tetraminós