

25ª Semana Olímpica

Nível 1

Profª. Kellel Corrêa Santos

Fatoração

Fatorar um polinômio consiste em escrevê-lo como produto de outros polinômios de menor grau possível cada um. Uma das técnicas usadas é usar o Teorema Fundamental da Álgebra por meio das raízes do polinômio.

Raiz de um polinômio: Seja o polinômio

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

Define-se a_0 como raiz de $P(x)$ quando $P(a_0) = 0$.

Teorema Fundamental da Álgebra: Seja o polinômio de coeficientes reais

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

e sejam x_1, x_2, \dots, x_n suas raízes reais. Então, $P(x)$ pode ser expresso por

$$P(x) = a_n (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n).$$

Assim, se for possível conhecer as raízes do polinômio, fica fácil fatorá-lo. Se um polinômio não tiver raízes reais, não é possível fatorar.

Um jeito fácil de achar raízes de polinômio de segundo grau é usar a fórmula de Bhaskara.

Bhaskara: As raízes de $ax^2 + bx + c$ são obtidas pela equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$. São elas:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

1 Fatore.

$$(a + 3)^2 + 2a + 7$$

2 Fatore.

$$(a - 3)^3 + 125$$

3 Fatore.

$$a^3 + a^2 - a - 1$$

4 Fatore.

$$a^2 - 4a - 5$$

5 Fatore.

$$3a^2 + 10a + 8$$

6 Fatore.

$$a(a^2 + ab - 1) - b(b^2 + ab - 1)$$

7 Fatore.

$$a^4 + 4b^4$$

8 Fatore.

$$a^9b - a^3b^7$$

9 Fatore.

$$15a^4 - 11a^2b + 2b^2$$

10 Fatore.

$$a^3 + 28b^3 + 3ab(a + b)$$

11 Fatore.

$$4a^4 + 15a^2b^2 - 54b^2$$

12 Fatore.

$$a^2b^2 + 2ab^2 + 3a^2b + 6ab$$

13 Fatore.

$$6a^2 + ab - 2b^2 + 9a - b + 3$$

14 Fatore.

$$a^2 - 3ab + 2b^2 + 2a - 3b + 1$$

15 Fatore.

$$6a^2 + 13ab + 6b^2 + 7a + 8b + 2$$

16 Fatore.

$$10a^2 + 11ab - 6b^2 - a - 11b - 3$$

17 Fatore.

$$a(6a + 5b) - 2b(2b - 5) + 13a + 6$$

18 Fatore.

$$2a^2 - 3ab + b^2 + a - 1$$

19 Fatore.

$$6a^2 + 20b^2 + 23ab + a + 6b - 2$$

20 Fatore.

$$a^2 - 4ab + 4b^2 + a - 2b - 2$$

21 Fatore.

$$15a^2 + 6ab - 2a - 2b - 1$$

22 Fatore.

$$3ab(a + b) + 3(a + b)^2c + 3(a + b)c^2$$

23 Fatore.

$$a^2 - 4ab - c^2 + 4b^2$$

24 Fatore.

$$ab^2 - bc - abc + c^2$$

25 Fatore.

$$a^2 + 2(b + c)a + b^2 + 2bc + c^2$$

26 Fatore.

$$a^2b - ab^2 - 2a^2c + 2abc + b^3 - 2b^2c$$

27 Fatore.

$$(a^2 + b^2 + ab)^2 - b^2c^2 - a^2c^2 - a^2b^2$$

28 Fatore.

$$a^2b^2 + a^2c^2 - 1 + 2a^2bc$$

29 Fattore.

$$6a^2 - 25b^2 + 20c^2 - 5ab - 23ac - 5bc$$

30 Fattore.

$$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 + 2ab - 2cd$$

Gabarito

- 1 $(a + 4)^2$
- 2 $(a + 2)(a^2 - 11a + 49)$
- 3 $(a + 1)^2(a - 1)$
- 4 $(a - 5)(a + 1)$
- 5 $(3a + 4)(a + 2)$
- 6 $(a - b)(a + b + 1)(a + b - 1)$
- 7 $(a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$
- 8 $a^3b(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 9 $(5a^2 - 2b)(3a^2 - b)$
- 10 $(a + 4b)(a^2 - ab + 7b^2)$
- 11 $(a^2 + 6b^2)(2a + 3b)(2a - 3b)$
- 12 $ab(a + 2)(b + 3)$
- 13 $(3a + 2b + 3)(2a - b + 1)$
- 14 $(a - 2b + 1)(a - b + 1)$
- 15 $(3a + 2b + 2)(2a + 3b + 1)$
- 16 $(5a - 2b - 3)(2a + 3b + 1)$
- 17 $(3a + 4b + 2)(2a - b + 3)$
- 18 $(a - b + 1)(2a - b - 1)$
- 19 $(3a + 4b + 2)(2a + 5b - 1)$
- 20 $(a - 2b + 2)(a - 2b - 1)$
- 21 $(3a - 1)(5a + 2b + 1)$
- 22 $3(a + b)(a + c)(b + c)$
- 23 $(a - 2b + c)(a - 2b - c)$
- 24 $(ab - c)(b - c)$
- 25 $(a + b + c)^2$
- 26 $(b - 2c)(a^2 - ab + b^2)$
- 27 $(a^2 + b^2)(a + b + c)(a + b - c)$
- 28 $(ab + ac + 1)(ab + ac - 1)$
- 29 $(3a + 5b - 4c)(2a - 5b - 5c)$
- 30 $(a + b + c + d)(a + b - c - d)$