

25ª Semana Olímpica
Nível 1
Profª. Kellem Corrêa Santos

Tremendo nas Bases

O sistema numérico tradicional é o de base 10, ou seja, os algarismos usados são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 (total de dez algarismos). Um sistema numérico de base K ($K > 1$) terá os algarismos 0, 1, 2, ..., $K-1$, K (portanto, K algarismos no total).

Um número N com os algarismos $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ justapostos ($N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$) é definido, na base K , como $N = a_n K^n + a_{n-1} K^{n-1} + \dots + a_1 K^1 + a_0 K^0$.

Para mudar de uma base para outra, usa-se a divisão euclidiana sucessiva.

Aquecimento 1: Quanto é 2022 na base 2? E na base 5? E na base hexadecimal (dígitos 0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E e F)?

Aquecimento 2: Quanto é, na nossa base decimal convencional, os números $(11101001)_2$ e $(A402F)_{16}$?

Aquecimento 3: Quanto é, na base binária e na base octal, o número $(A402F)_{16}$?

Exercícios:

- 1) Prove que o número $(\overline{abc} - \overline{cba})$, com $c < a$, é múltiplo de 11 e de 9.
- 2) Calcule $\sqrt{61}_8$ no sistema decimal.
- 3) Num estranho sonho, um aluno se vê em uma região afastada do mundo onde reside uma civilização que se comunica apenas através da base binária. O aluno, curioso com a questão, decide transformar seu número favorito em binário para enviar a essa civilização. Depois de um tempo, o aluno recebeu de volta o dobro do número que enviou quando transformou para base decimal. Se o número favorito do aluno, em binário, é 1111100111111001, indique o número binário enviado pela civilização desconhecida.
- 4) Hoje, Junior tem 1F1F de idade na base hexadecimal. Qual será a idade de Junior em 2029 no mesmo dia e mês que hoje?
- 5) Inês escolheu quatro dígitos distintos do conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Formou com eles todos os possíveis números de quatro dígitos distintos e somou todos esses números de quatro dígitos. O resultado é 193314. Encontre os quatro dígitos que Inês escolheu.
- 6) Considere os números naturais de três algarismos. Em quantos deles, ao somarmos dois de seus algarismos, obtemos o dobro do algarismo restante? Justifique sua resposta.
- 7) Determine um número de 6 algarismos \overline{abcdef} tal que, multiplicado por 6, obtém-se o número \overline{defabc} .
- 8) Em que base é possível ter $2 + 3 = 11$?

- 9) É possível, em alguma base, ter as igualdades abaixo satisfeitas simultaneamente? Se sim, qual base seria?

$$6 + 4 = 12 \quad \text{e} \quad 6 \times 4 = 30$$

- 10) Seja N um número cuja representação na base b é 777 . Encontre o menor inteiro positivo b para o qual N é a quarta potência de um inteiro.